

2017-2018

غير مصرح بتداول هذا الكتاب خارج وزارة التربية والتعليم

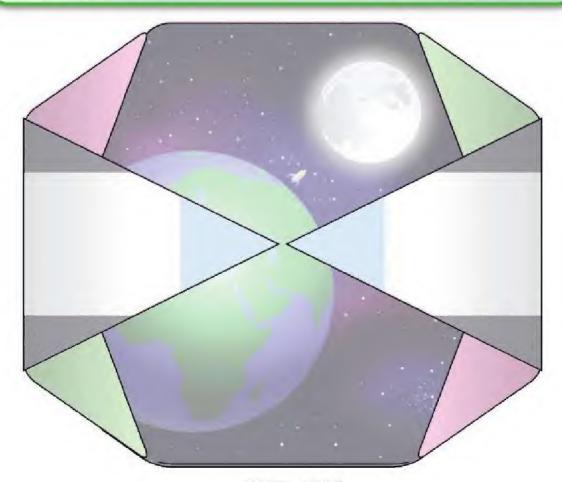


MATHÉMATIQUES

Troisième préparatoire

Livre de l'élève

Deuxième semestre



2017 - 2018

غير مصرح بتداول هذا الكتاب خارج وزارة التربية والتعليم

بسم الله الرحين الرحيم



M. Omar Fouad Gaballa

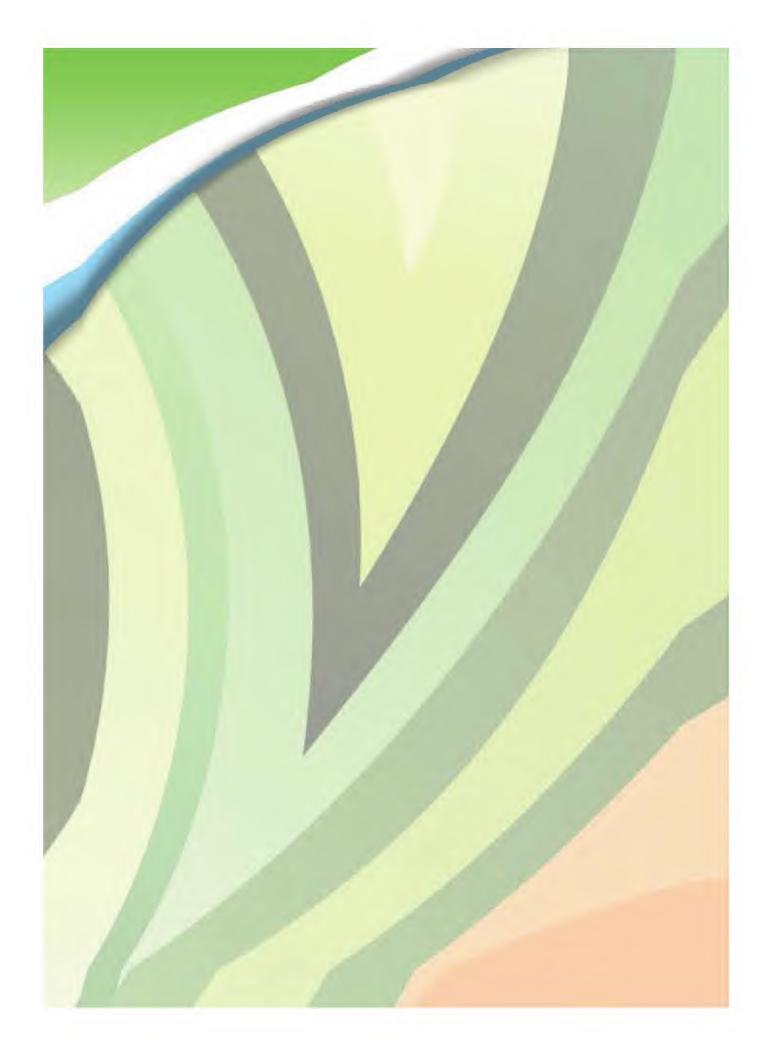
Prof.Dr. Afaf Abo-ElFoutoh Saleh

Dr. Essam Wasfy Rouphaiel

м. Serafiem Elias Skander

M. Kamal Yones Kabsha

Traduction révisée par l'Institut Français d' Egypte I.F.E



Introduction

Cher élève,

Nous avons le plaisir de te présenter le manuel de mathématiques de troisième préparatoire. Nous avons tenu à faire de l'apprentissage des mathématiques un travail intéressant et utile qui a son application dans la vie pratique et dans l'apprentissage des autres matières scolaires afin que tu sentes l'importance de l'étude des mathématiques et sa valeur et que tu apprécies le rôle des mathématiciens. Ce manuel présente les activités comme éléments essentiels, et nous avons essayé de présenter le contenu scientifique d'une manière simple pour t'aider à construire tes connaissances mathématiques et à acquérir des méthodes de raisonnement convenables qui favorisent la créativité.

Ce manuel comporte plusieurs unités et chaque unité comporte plusieurs leçons. Les images et les couleurs sont utilisés pour illustrer les notions mathématiques, les propriétés des figures, en utilisant un langage facile et adapté qui tient compte des connaissances acquises. Nous avons également tenu à t'entraîner à découvrir les connaissances visées pour développer ta capacité à l'auto-apprentissage. La calculatrice et l'ordinateur sont utilisés à chaque fois que l'occasion se présente. Chaque leçon comporte des exercices et chaque Unité comporte des exercices généraux, des activités concernant le portfolio et une épreuve. A la fin du manuel, nous proposons des épreuves générales, pour t'aider à réviser la totalité du programme, et des indications pour les réponses de certains exercices.

Nous espérons que ce travail sera bénéfique pour toi et pour notre chère Egypte.

Les auteurs



Algèbre

Unite 1: Equations	
(1 - 1) Résolution d'un système de deux équations du premier degré à	deux
inconnues algébriquement et graphiquement	3
(1 - 2) Résolution d'une équation du second degré à une inconnue	
graphiquement et algébriquement	9
(1 - 3) Résolution d'un système de deux équations l'une du premier de	gré et
l'autre du second degré à deux inconnues	13
Epreuve de l'unité	17
Unité 2: Fonctions rationnelles et opérations	
(2 - 1) Ensembles des zéros d'une fonction polynôme	18
(2 - 2) Fonction algébrique rationnelle	21
(2 - 3) Egalité de deux fractions algébriques	24
(2 - 4) Opérations sur les fractions rationnelles	29
Epreuve de l'unité	34
Probabilité	
Unité 3: Probabilité	
(3 - 1) Opérations sur les événements	36
(3 - 2) Evénement complémentaire et différence de deux événements	42
Epreuve de l'unité	46

Géométrie plane

Unité 4: Géométrie pl	lane
-----------------------	------

(4 - 1)	Définitions et notions de base	48
(4 - 2)	Positions relatives d'un point, d'une droite et d'un cercle par	
	rapport à un cercle	56
(4 - 3)	Détermination d'un cercle	65
(4 - 4)	Relation entre les cordes d'un cercle et son centre	69
	Activité géométrique	75
	Epreuve de l'unité	во
Unité 5 (5 - 1)	Angle au centre et mesure de l'arc	82
(5 - 2)	Relation entre l'angle inscrit et l'angle au centre interceptant le	
	même arc	90
(5 - 3)	Angles inscrits interceptant le même arc	99
(5 - 4)	Quadrilatère inscriptible1	06
(5 - 5)	Proprietes d'un quadrilatere inscriptible	10
(5 - 6)	Relation entre les tangentes d'un cercle1	16
(5-7)	Angles tangentiels1	23
	Epreuve de l'unité	30
	Exercices généraux1	32

SYMBOLES MATHÉMATIQUES UTILISÉS

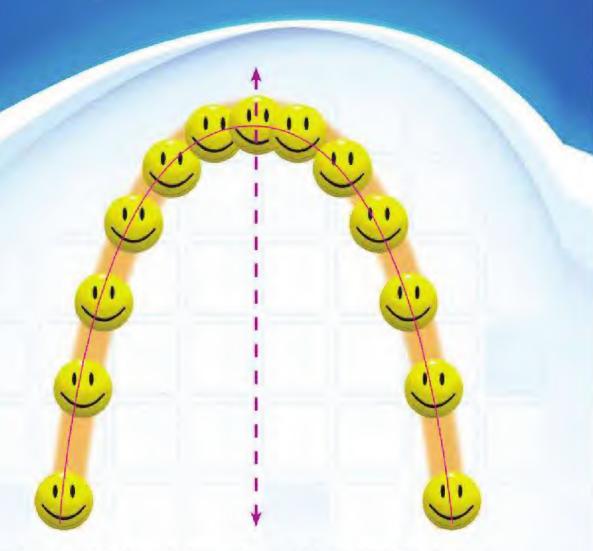
N	ensemble des nombres naturels	1	perpendiculaire à	
Z	ensemble des nombres entiers	//	parallèle à	
Q	ensemble des nombres rationnels	AB	le segment AB	
Q'	ensemble des nombres irrationnels	AB	la demi-droite AB	
R	ensemble des nombres réels	AB	la droite AB	
\sqrt{a}	racine carrée de a	m (∠ A)	mesure de l'angle A	
√a	racine cubique de a	m (AB)	mesure de l'arc AB	
[a, b]	intervalle fermé	~	semblable à	
]a , b[intervalle ouvert	>	plus grand que	
[a, b[intervalle semi-fermé	>	plus grand ou égal à	
]a ,b]	intervalle semi-ouvert	<	plus petit que	
[a,+∞[intervalle illimité	<	plus petit ou égal à	
E	superposition	p(A)	probabilité de l'événement A	
card (A)	nombre d'éléments de A	x	moyenne arithmétique	
E	espace des éventualités	σ	écart type	
Σ	somme			



Unité (1)

Equations

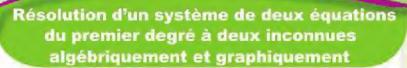
Fonctions rationnelles et opérations



Un joueur a lancé un ballon qui a suivi le trajet indiqué par la figure ci-dessus.

Cette courbe représente une fonction, que tu étudieras, appelée une fonction du second degré.

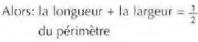
Unité (1) Equations

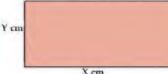




Réfléchis et discute

Si le périmètre d'un rectangle est égal à 30 cm, quelles sont les valeurs possibles de sa longueur et de sa largeur. Si la longueur du rectangle = x cm et la largeur du





$$\therefore x + y = 15$$

- Cette équation est appelée une équation du premier degré à deux inconnues.
- Résoudre cette équation consiste à trouver un couple de nombres réels vérifiant cette équation.
- Le couple (-5,20) peut-il être une solution de l'équation précédente? Tu pourras répondre à cette question après l'exposition suivante
- Nous pouvons résoudre l'équation en la mettant sous l'une des deux formes suivantes:

$$y = 15 - x$$



$$x = 15 - y$$

En attribuant une valeur quelconque à l'une des deux variables, on obtient la valeur de l'autre variable.

Si $x \in R$ on obtient des solutions dans $R \times R$ d'où, une équation du premier degré a une infinité de solutions dont une solution est sous la forme d'un couple (x, y) où x et la première composante et y est la seconde composante.

Pour x=8 \therefore y=15 - 8=7 \therefore (8, 7) est une solution de l'équation Pour x=9.5 \therefore y=15 - 9.5=5.5 \therefore (9.5, 5.5) est une solution de l'équation Pour x=4 $\sqrt{7}$ \therefore y=15 - 4 $\sqrt{7}$

 \therefore $(4\sqrt{7}, 15 - 4\sqrt{7})$ est une solution de l'équation

(1) Résolution d'équations du premier degré à deux inconnues graphiquement :



Trouve l'ensemble-solution de l'équation $2 \times y = 1$



Comment résoudre un système de deux équations du premier degré à deux inconnues

Expressions de base

- Équation du premier degré.
- Résolution algébrique.
- * Résolution graphique
- Énsemble de définition.
- # Ensemble-solution.

Solution

On écrit l'équation sous la forme y = 2x - 1

Pour x = 0 \therefore y = -1 \therefore (0, -1) est une solution de l'équation

Pour x = 2 : y = 3 : (2, 3) est une solution de l'équation

On trace la droite L passant par les deux points représentant les deux couples (0, -1) et (2, 3).

Tout point appartenant à la droite L est une solution de l'équation

Donc, l'équation 2x - y = 1 admet une infinité de solutions.

Cite quatre autres solutions de cette équation .



💹 Trouve graphiquement l'ensemble-solution du système des deux équations ;

$$L_1: y = 2x - 3 \text{ et } L_2: x + 2y = 4$$

Solution -

Dans l'équation y = 2x - 3

Pour X = 0 : y = -3 : (0, -3) est une solution de l'équation

Pour X = 4 : y = 5 : (4, 5) est une solution de l'équation

Dans la figure ci-contre, la droite L, ireprésente la première équation. On écrit l'équation x + 2y = 4 sous la forme x = 4 -

2y

Pour
$$y = 0$$

$$\therefore$$
 x = 4 \therefore (4, 0) est une solution de l'équation

(1)

Pour
$$y = 1$$

$$v = 2$$

$$\therefore$$
 x = 2 \therefore (2, 1) est une solution de l'équation

Dans la figure ci-contre, la droite L, représente la deuxième équation (2)

D'après la figure, $L_1 \cap L_2$ est le point a (2, 1)

:. L'ensemble-solution du système des deux équations est {(2, 1)}

Pour t'entraîner :

Trouve graphiquement l'ensemble-solution de chacun des systèmes d'équations suivants :

$$0 2x + y = 0$$
 $x + 2y = 3$

$$x + 2y = 3$$

$$y = 3x - 1$$

$$x - y + 1 = 0$$





Trouve graphiquement l'ensemble-solution de chacun des systèmes d'équations suivants :

$$(1) 3x + y = 4$$

(1),
$$2y + 6x = 3$$

(2)
$$3x + 2y = 6$$

(1),
$$y = 3 - \frac{3}{2}x$$

Solution

(1) On écrit l'équation (1) sous la forme y = 4 - 3x

Pour x = 0 : y = 4, (0, 4) est une solution de l'équation

Pour x = 2 : y = -2, (2, -2) est une solution de l'équation

L₁ Dans la figure ci-contre, la droite représente l'équation (1)

On écrit l'équation (2) sous la forme $y = \frac{3-6x}{2}$

Pour x = 0

 \therefore y = $\frac{3}{2}$ d'oû (0, $\frac{3}{2}$) est une solution de

l'équation

Pour x = 1

∴ $y = \frac{-3}{2} d'où (1, \frac{-3}{2})$ est une solution de l'équation

Dans la figure ci-contre, la droite L2 représente l'équation (2)

$$L_1 \cap L_2 = \phi$$

:. Il n'y a aucune solution commune aux deux équations.

Si L₁ // L₂ il n'y a aucune solution aux deux équations (1) et (2)

D'après la géométrie analytique :

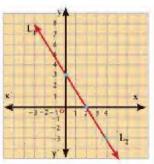
La pente de la droite $L_1 = \frac{-3}{1} = -3$ et la pente de la droite $L_2 = \frac{-6}{2} = -3$ $\therefore L_1 // L_2$

(2)

On écrit l'équation (2) sous la forme 2y = 6 - 3 X

Donc 3X + 2Y = 6 qui est la même forme que l'équation (1) La figure ci-contre montre la représentation graphique des deux équations par deux droites confondues.

On dit que: Les deux équations (1) et (2) admettent une infinité de solutions et l'ensemble- solution est $\{(x, y): y = 3 - \frac{3}{2} x\}$



Pour t'entraîner :

Trouve l'ensemble-solution de chacun des systèmes d'équations suivants :

$$2x + y = 4$$
, $8 - 2y = 4x$

(2) Résolution d'équations du premier degré à deux inconnues algébriquement.

Nous pouvons résoudre un système de deux équations du premier degré à deux inconnues en se débarrassant de l'une des deux variables pour obtenir une équation du premier degré à une inconnue. La résolution de cette équation permet de trouver la valeur de cette inconnue. En remplaçant cette inconnue par sa valeur dans l'une des deux équations on obtient la valeur de l'autre inconnue.



Trouve l'ensemble-solution du système des deux équations :

$$2x - v = 3$$

$$x + 2y = 4$$
 (2)

Solution

(Méthode de l'élimination)

De l'équation (1) on a y = 2x - 3

En remplaçant y par cette valeur dans l'équation (2) on obtient

$$\therefore x + 2(2x - 3) = 4$$

D'où: x + 4x - 6 = 4

$$\therefore 5x = 10$$

$$\therefore x = 2$$

En remplaçant x par 2 en (1) $\therefore y = 2 \times 2 - 3$

$$\therefore y = 2 \times 2 - 3$$

$$\therefore y = 1$$

 \therefore L'ensemble-solution du système des deux équations est = $\{(2, 1)\}$

Pour t'entraîner

* (Méthode de l'élimination)

On élimine l'une des deux variables dans les deux équations (par addition ou par soustraction) pour obtenir une troisième équation à une seule variable. En résolvant l'équation obtenue, on trouve la valeur de cette variable

$$x + 2y = 4$$

En multipliant les deux membres de l'équation (1) par 2 : 4x - 2y = 6

$$2 : 4x - 2y =$$

x = 2

De (2) et (3) par addition

$$5x = 10$$

 $\therefore y = 1$

Pa substitution dans (1)

$$\therefore 2 \times 2 - y = 3$$

:. L'ensemble-solution du système des deux équations est = {(2, 1)}.

Pour t'entraîner:

Trouve l'ensemble-solution de chacun des systèmes d'équations suivants :

3x + 4y = 24

B
$$3x + 2y = 4$$

$$x - 2y + 2 = 0$$
 et

$$x - 3y = 5$$

Quel est le nombre de solutions de chacune des systèmes d'équations suivants :

4 - 7x + 4y = 6

B
$$3x + 4y = -4$$

$$9x + 6y = 24$$

$$5x - 2y = 14$$

$$5x - 2y = 15$$

$$3x + 2y = 8$$



Trouve la valeur de a et de b sachant que (3, -1) est une solution du système des deux équations.

$$ax + by - 5 = 0$$

$$3 \cdot a \cdot x + b \cdot y = 17$$

$$\therefore$$
 (3, -1) est une solution de l'équation a x + b y - 5 = 0

$$3a-b-5=0$$
 d'où $3a-b=5$

$$3a - b = 5$$

$$b = 5 \tag{1}$$

, (3, -1) est une solution de l'équations 3 a
$$x + b y = 17$$

$$\therefore 9 a - b = 17$$

En retranchant les deux membres de l'équation (1) des deux membres de l'équation (2), on 6a = 12 $\therefore a = 2$

En remplaçant a par 2 dans l'équation (1)

$$3 \times 2 - b = 5$$

$$b = 1$$



Un nombre est formé de deux chiffres dont la somme est 11. Si on intervertit les deux chiffres, le nombre obtenu dépasse le nombre initial de 27. Quel est le nombre initial?

Soit x le chiffre des unités du nombre initial et y son chiffre des dizaines.

$$x + y = 11$$
 (1)

	Chiffre des unités	Chiffré des dizaines	Valeur du nombre
Nombre initial	х	y	x + 10 y
Nombre obtenu en intervertissant les deux chiffres	Y	×	y + 10 x

Le nombre obtenu en intervertissant les deux chiffres - le nombre initial = 27

$$(y + 10 x) - (x + 10 y) = 27$$

$$y + 10x - x - 10y = 27$$

$$\therefore 9 \times - 9 \text{ y} = 27$$

En divisant les deux membres par 9 : x - y = 3 (2)

En additionnant les deux équations (1) et (2)

$$2x = 14$$

$$\therefore 7 + y = 11$$

$$\therefore y = 4$$



- (1) Complète ce qui suit:
 - \triangle L'ensemble-solution du système x + y = 0 et y 5 = 0 est
 - **B** L'ensemble-solution du système x + 3y = 4 et 3y + x = 1 est
 - L'ensemble-solution du système 4x + y = 6 et 8x + 2y = 12 est
 - Si les droites représentant les deux équations x + 3 y = 4 et x + a y = 7 sont parallèles, alors a =
 - Si les deux équations x + 2 y = 1 et 2 x + k y = 2, admettent une solution unique, alors la valeur de k ne peut pas être égale à
- (2) Choisis la bonne réponse parmi les réponses proposées:
- Les droites d'équations: $3 \times + 5 y = 0$ et $5 \times 3 y = 0$ se coupent au:
 - △ Point d'origine B Premier quadrant C Deuxième quadrant Deuxième quadrant
- 2 L'ensemble-solution du système x 2y = 1 et 3x + y = 10 est:
 - **3** {(5, 2)}
- B {(2, 4)}
- **G** [(1, 3)]
- D {(3, 1)}
- 3 Si le système des deux équations x + 4y = 7 et 3x + ky = 21 admet une infinité de solution alors $k = \dots$
 - A 4
- B 7
- G 12
- DI 21

(3)

- 1 Trouve l'ensemble-solution de chacun des systèmes d'équations suivants:
 - 4 y = x + 4, x + y = 4

- **B** x y = 4, 3x + 2y = 7
- 3x + 4y = 11, 2x + y 4 = 0
- 3x y + 4 = 0, y = 2x + 3
- = 2x + y = 1, x + 2y = 5
- Si 16 équipes sportives ont participé à la coupe d'Afrique des nations et si le nombre d'équipes non arabes dépasse le triples du nombre d'équipes arabes de 4 , trouve le nombre d'équipes arabes participant à la coupe.
- 3 La différence entre les mesures des deux angles aigus d'un triangle rectangle est 50. Trouve la mesure des deux angles.
- 4 Soit deux angles supplémentaires dont le double de la mesure du plus grand angle est égal à sept fois la mesure du plus petit angle. Trouve la mesure des deux angles.
- Maintenant, la somme des âges d'Ahmed et d'Osama est 43 ans. Dans 5 ans, la différence entre leurs âges sera 3 ans. Trouve l'âge de chacun d'entre eux dans 7 ans.
- 6 La longueur d'un rectangle dépasse sa largeur de 4 centimètres. Si le périmètre du rectangle est 28 centimètres, trouve l'aire du rectangle.

Résolution d'une équation du second degré à une inconnue graphiquement et algébriquement

1-2

Réfléchis et discute

 $ax^2 + bx + c = 0$

Nous avons déjà représenté graphiquement la fonction du second degré f telle que:

 $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{a} \ \mathbf{x}^2 + \mathbf{b} \ \mathbf{x} + \mathbf{c} \ o \hat{\mathbf{u}} \ a$, b et c sont des nombres réels et $\mathbf{a} \neq 0$ L'équation correspondante à cette fonction est $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = 0$ ou

Nous avons déjà étudié comment résoudre cette équation par la factorisation.

Par exemple, pour résoudre l'équation: $x^2 - 4x + 3 = 0$

on factorise le membre de gauche de l'équation qui prend la forme:

$$(x - \dots) (x - \dots 1) = 0$$

 $x - \dots = 0$ ou (x - 1) = 0

∴ x = ou x =

: L'ensemble-solution est { }



☆ Comment résoudre une équation du deuxième degré à une inconnue graphiquement et algébriquement

Expressions de base:

- * Résolution graphique
- * Résolution algébrique
- ☆ L'ensemble-solution

(1) Résolution graphique:

Pour résoudre l'équation a $x^2 + b x + c = 0$ graphiquement, on suit les étapes suivantes:

- On trace la courbe représentative de la fonction $f(x) = a x^2 + b x + c$ où $a \ne 0$
- On détermine l'ensemble des abscisses des points d'intersection de la courbe de la fonction avec l'axe des abscisses. Cet ensemble est l'ensemble-solution.

Exemple 1

Trace la courbe représentative de la fonction f telle que $f(x) = x^2 - 4x + 3$ dans l'intervalle [-1, 5]

Du graphique, trouve l'ensemble-solution de l'équation $x^2 \cdot 4x + 3 = 0$

Solution

On détermine quelques couples (x, y) appartenant au graphe de f, ayant pour première composante $x \in [-1, 5]$

$$f(-1) = 8$$
, $f(0) = 3$, $f(1) = 0$,

$$f(2) = -1$$
, $f(3) = 0$, $f(4) = 3$, $f(5) = 8$



On présente les couples obtenus dans un tableau comme suit:

x	5	4	3	2	1	0	-1
y = f(x)	8	3	0	-1	0	3	8

Dans un repère cartésien, on trace les points qui représentent ces couples puis on trace la courbe passant par ces points. Du graphique, on trouve que la courbe de la fonction i coupe l'axe des abscisses aux deux points (3, 0) et (1, 0).

Les deux nombres 1 et 3 sont appelés les racines de l'équation $x^2 - 4x + 3 = 0$.

Donc, l'ensemble-solution est {1, 3}

Pour t'entraîner :

- Trace la courbe représentative de la fonction f telle que $f(x) = x^2 + 2x + 1$ dans l'intervalle [-4, 2] Du graphique, trouve l'ensemble-solution de l'équation: $x^2 + 2x + 1 = 0$
- Trace la courbe représentative de la fonction f telle que $f(x) = -x^2 + 6x 11$ dans l'intervalle [0, 6] Du graphique, trouve l'ensemble-solution de l'équation: $x^2 - 6x + 11 = 0$

(2) Résolution algébrique en utilisant la formule:

Réfléchis et discute

Résoudre l'équation $x^2 - 6x + 7 = 0$ en t'inspirant de la méthode que tu utilises pour compléter un carré parfait,

Complète: $x^2 - 6x + 9 + 7 - 9 = 0$

$$(x -)^2 - 2 = 0$$

$$(x - \dots)^2 = 2$$

$$X - \dots = \sqrt{2}$$

$$x - \dots = \sqrt{2}$$
 ou $x - \dots = -\sqrt{2}$

$$x = \dots + \sqrt{2}$$

ou
$$x = \dots - \sqrt{2}$$

$$\dot{\alpha} \quad \mathbf{x} = \dots 1 \quad \sqrt{2}$$

Nous pouvons résoudre l'équation du second degré : a $x^2 + b \times c = 0$ où $a \in R, b \in R, c \in R$ $a \neq 0$ en utilisant la formule.

$$x = \frac{-b \pm (\sqrt{b^2 - 4ac})}{2a}$$

où a ≠ 0 et a , b et c sont des nombres réels

Examples

- Irouve l'ensemble-solution de l'équation $3 x^2 = 5 x 1$ en approchant le résultat à deux décimales près.
- Solution

$$y - 3 \times 2 = 5 \times -1$$

$$\sqrt{3} \times \sqrt{2} = 5 \times -1$$
 $\therefore 3 \times \sqrt{2} - 5 \times +1 = 0$

$$a = 3, b = -5, c = 1$$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{-b^2 - 4 \text{ a c}}}{5 + 3.61^2 \text{ a}} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \times 3 \times 1}}{2 \times 3} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{6} = \frac{5 \pm 3.61}{6}$$
Soit $x = \frac{-5 + 3.61^2 \text{ a}}{6} = 1.44$ ou $x = \frac{5 - 3.61}{6} = 0.23$

- ∴ L'ensemble-solution est: {1.44, 0.23}
- Lors d'un concours du lancer du disque, le trajet pris par le disque d'un joueur suivait la relation: $y = -0.043 x^2 + 4.9 x + 13$ où x représente la distance parcourue horizontalement en mètres et y représente la hauteur en mêtres atteinte par rapport au sol. Trouve à un centième près, la distance horizontale parcourue par le disque à partir du point du lancement pour atteindre le sol.



Solution .

$$a = -0.043$$
, $B = 4.9$, $c = 13$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \text{ a c}}}{2 \text{ a}} = \frac{-(4.9) \pm \sqrt{(4.9)^2 - 4 \times (-0.043) \times 13}}{2 \times (-0.043)}$$
$$= \frac{(-4.9) \pm \sqrt{26.246}}{-0.086} = \frac{-4.9 \pm 5.123}{-0.086}$$

Soit
$$x = \frac{-4.9 + 5.123}{-0.086} = -2.59$$
 (refusée) Pourquoi ?

ou
$$x = \frac{-4.9 - 5.123}{-0.086} = 116.5465116 \text{ mètres}$$

La distance parcourue horizontalement 116.55 mètres



Exercices 1-2



Trouve l'ensemble-solution de chacune des équations suivantes en utilisant la formule et en approchant le résultat à trois décimales près.

$$\Delta x^2 - 2x - 6 = 0$$

$$B \times 2 + 3 \times -3 = 0$$

B
$$x^2 + 3x - 3 = 0$$
 2 $x^2 - 4x + 1 = 0$

$$D 3 x^2 - 6 x + 1 = 0$$

$$E \times (x - 1) = 4$$

$$E(x-3)^2 - 5 x = 0$$

$$G \times + \frac{4}{v} = 6$$

D
$$3 \times 2 - 6 \times + 1 = 0$$
 E $\times (x - 1) = 4$ E $(x - 3)^2 - 5 \times = 0$
G $x + \frac{4}{x} = 6$ H $\frac{8}{x^2} + \frac{1}{x} = 1$ L $\frac{x}{3} = \frac{1}{5 - x}$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{5 \cdot x}$$

Tracer la courbe représentative de la fonction f dans l'intervalle donné puis trouve l'ensemble-solution de l'équation f(x) = 0 en approchant le résultat à un dixième près.

$$M f(x) = x^2 - 2 x - 4$$

B
$$f(x) = 2 x^2 + 5 x$$

$$\int f(x) = 3 \times -x^2 + 2$$

$$\oint f(x) = x(x-5) + 3$$

$$f(x) = 2 x^2 - 3(2 - x)$$

G
$$f(x) = (x-3)^2 - (x-3) - 4$$

- Tracer la courbe représentative de la fonction f telle que $f(x) = 6 \times -x^2 9$ dans l'intervalle [0, 5] Du graphique, trouve:
 - Ma La valeur maximale ou la valeur minimale de la fonction
 - B L'ensemble-solution de l'équation $6 \times \times^2 9 = 0$
- Un homme arrose son jardin à l'aide d'un tuyau qui évacue l'eau suivant un trajet déterminé par la relation: $y = -0.06 x^2 + 1.2 x + 0.8$ où x représente la distance en mètres atteinte horizontalement par l'eau et y représente la hauteur en mètres atteinte par rapport au sol. Trouve à un centimètre près, la plus grande distance horizontale atteinte par l'eau.
- 🜎 Du sol, un serpent voit un faucon à une hauteur de 160 mètres se dirigeant vers lui à une vitesse de 24 mètre/minute pour l'attraper. Le faucon se déplace verticalement vers le bas, suivant un trajet déterminé par la relation d = V t + 4.9 t². où d représente la distance en mètres, V représente la vitesse initiale en mètre/minute et t représente le temps en minutes. Calcule le temps qu'il faut au serpent pour pouvoir s'échapper avant que le faucon l'attrape.

Résolution d'un système de deux équations à deux inconnues, l'une du premier degré et l'autre du second degré



Préliminaire:

On sait que $2 \times y = 3$ est une équation du premier degré à deux inconnues tandis que les équations: $x^2 + y = 5$ et x y = 2 sont des équations du second degré à deux inconnues. Pourquoi ?

On va résoudre deux équations à deux inconnues, l'une du premier degré et l'autre du second degré. On utilise la méthode de la substitution dans la résolution comme le montrent les exemples suivants.

Calcul mental: Si x + y = 10 et $x^2 - y^2 = 40$ trouve x - y.



Résous algébriquement le système des deux équations:

y + 2x + 1 = 0

et $4 \times x^2 + y^2 - 3 \times y = 1$

Solution -

De l'équation: y = -(2 x + 1)

Par substitution dans la deuxième équation.

$$4x^2 + [-(2x+1)]^2 - 3x[-(2x+1)] = 1$$

$$4 x^2 + 4 x^2 + 4 x + 1 + 6 x^2 + 3 x - 1 = 0$$

$$14 x^2 + 7x = 0$$

$$\therefore 7x(2x+1) = 0$$

$$x = 0$$
 ou 2 x + 1 = 0 d'où x = $\frac{-1}{2}$

En substituant x dans la première équation:

Pour x = 0

$$y = -(0 + 1) = -1$$

$$y = -(2 \times \frac{-1}{2} + 1) = 0$$

- Pour $x = \frac{-1}{2}$ $\therefore y = -(2 \times \frac{-1}{2} + 1) = 0$ \therefore L'ensemble-solution est: $\{(0, -1), (\frac{-1}{2}, 0)\}$
- Le périmètre d'un rectangle est 14 cm et son aire est 12 cm². Trouve ses deux dimensions.

A apprendre

* Comment résoudre un système de deux équations à deux inconnues, l'une du premier degré et l'autre du second degré

Expressions de

- * Équation du premier degré
- * Equation du second degré
- * Ensemble-solution

Solution

Soient x et y les dimensions du rectangle.

- Le périmètre d'un rectangle = 2 (longueur + largeur)
 - ∴ 14 = 2 (x + y) En divisant les deux membres de l'équation par 2

$$x + y = 7$$

$$d'o\hat{u} = y = 7 - x$$

: L'aire d'un rectangle = longueur
$$\times$$
 largeur \therefore x y = 12

En substituant x de l'équation (1) dans l'équation (2)

$$x (7 - x) = 12$$

$$7 \times -x^2 = 12$$

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$(x-3)(x-4)=0$$

$$x = 3$$
 ou $x = 4$ En substituant x dans l'équation (1)

Pour:
$$x = 3$$

$$x = 7 - 3 = 4$$

Pour:
$$x = 4$$

$$4 y = 7 - 4 = 3$$

Les dimensions du rectangle sont 3 cm et 4 cm.

Exercices 1-3



(1) Choisis la bonne réponse parmi les réponses proposées:

1 L'ensemble-solution du système des deux équations x - y = 0 et x y = 9 est:

L'une des solutions du systèmes des deux équations: x - y = 2, $x^2 + y^2 = 20$ est :

Si la somme de deux nombres est égale à 7 et leur produit est égal à 12, alors les deux nombres sont:

(2)

Trouve l'ensemble-solution de chacun des systèmes d'équations suivants :

$$\triangle y - x = 2 \text{ et } x^2 + x y - 4 = 0$$

B
$$x + 2y = 4$$
 et $x^2 + xy + y^2 = 7$

$$\mathbf{D}$$
 y + 2 x = 7, 2 x² + x + 3 y = 19

$$x - y = 10 \text{ et } x^2 - 4 \times y + y^2 = 52$$

E
$$x - y = 10$$
 et $x^2 - 4$ x y + $y^2 = 52$
E $x + y = 2$, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2$ où $(x, y \neq 0)$

- 2 Un nombre est formé de deux chiffres. Son chiffre des unités est le double de son chiffre des dizaines. Si le produit de ses deux chiffres est égal au demi du nombre initial, trouve ce nombre?
- La longueur d'un rectangle dépasse sa largeur de 3 cm. Si l'aire du rectangle est égale à 28 cm², trouve son périmètre.
- 👔 La longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle est 13 cm et son périmètre est égal à 30 cm. Trouve les longueurs des côtés de l'angle droit.
- La différence entre les longueurs des diagonales d'un losange est 4 cm et son périmètre égal à 40 cm. Trouve les longueurs de ses diagonales.
- 🕜 Un point est situé sur la droite d'équation 5x 2y = 1 Son ordonnée est le double du carré de son abscisse. Trouve les coordonnées de ce point.





Résolution d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues:

Nous pouvons vérifier la qualité de la solution du système des deux équations : X + 2 y = 8 et 3 X + y = 9 (par exemple), en utilisant une calculatrice scientifique. Dans ce cas, on suit les étapes suivantes

On appuie sur la touche puis on choisit EQN de la liste en introduisant le nombre qui lui correspond ou en appuyant sur la touche EXE Dans certains cas, on choisit l'équation affine: (an X + bn Y = cn) On introduit les coefficients $(Y)_*(X)$, et le terme constant (cn) de la première équation puis ceux de la deuxième équation en tenant en compte que l'appui sur la touche (=) donne la valeur de $(Y)_*(X)$, ce qui représente la solution de l'équation.



Résolution d'une équation du deuxième degré à une inconnue

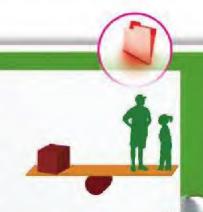
On répète les étapes précédentes citées dans les trois premières lignes puis on choisit la touche $(ax^2 + b \ x + c = 0)$ On introduit les coefficients (a) , (b) et (c) puis on appuie sur la touche de l'introduction (=) ou la touche (=) suite à l'introduction de chaque nombre. En continuant l'appui sur la touche de l'introduction, la calculatrice affiche directement les deux valeurs de x



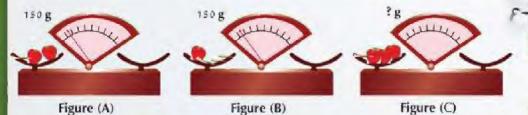


Portfolio

1 La figure ci-contre représente: une balançoire à bascule. Sur l'une de ses extrémités, un homme et sa fille sont debout. Le poids de l'homme est 80 kilogrammes. Sur l'autre extrémité, on a placé une pierre de poids égal au poids de la fille. Si la balançoire est en équilibre, trouve le poids de la fille?



2 La figure ci-dessus montre: des relations entre les poids de pommes et de bananes.
Sachant que les différents fruits d'une même sorte ont le même poids, trouve la lecture de la balançoire (c) puis détermine la position du l'indicateur sur le dessin.







Epreuve de l'unité



- Complète ce qui suit:
 - \triangle Si (5, x 7) = (y + 1, 5) alors x + y =
 - B La fonction f telle que $f(X) = X^6 + 2X^4 3$ est une fonction polynôme du degré
 - Si la courbe de la fonction f telle que f (x) = x^2 + a passe par le point (1,0), alors a =
- Trouve l'ensemble-solution des équations suivantes:
 - \triangle x + 3 y = 7 , 5 x y = 3 algébriquement et graphiquement
 - Substitution of the sub
 - y x = 3, $x^2 + y^2 x$ y = 13
- Trace la courbe représentative de la fonction f telle que $f(X) = x^2 2 \times -1$ dans l'intervalle [-2,4]. Du graphique, trouve :
 - L'équation de l'axe de symétrie de la courbe
 - **B** L'ensemble-solution de l'équation $x^2 2x 1 = 0$
- 4 La somme de deux nombres est égale à 90 et leur produit est égale à 2000. Trouve les deux nombres.
- Un cycliste s'est déplacé d'une ville A dans la direction Est vers une ville B puis il s'est déplacé de la ville B dans la direction Nord vers la ville C. Il a fait 14 km en tout. Si la somme des carrés des deux distances parcourues est 100 km², trouve la plus petite distance entre les deux villes A et C.
- Quand un dauphin saute hors de l'eau son trajet suit la relation: y= 0 2 X² + 2x où y représente la hauteur atteinte par le dauphin de la surface de l'eau et x représente la distance horizontale en pieds. Trouve la distance horizontale que le dauphin parcoure quand il saute hors de l'eau.





Comment trouver l'ensemble des zéros d'une fonction polynôme

Expressions de base:

- fonction polynôme
- * ensemble des zéros d'une fonction

Unité (2):

Fonctions rationnelles et opérations Ensembles des zéros d'une fonction polynôme

Réfléchis et discute :

Si f: $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ telle que $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$ est une fonction polynôme de troisième degré en x, trouve f(0), f(1) et f(2). Que remarques-tu?

On remarque que : f(0) = 0, f(1) = 0 et f(2) = 0

Pour cela, on appelle les nombres 0, 1 et 2 les zéros de la fonction f.

Si f: R → Rest une fonction polynôme en x, alors l'ensemble des valeurs de x qui rendent D'une manière f(x) = 0 est appelé l'ensemble des zéros de la génerale fonction f. Cet ensemble est noté Z(f).

Donc, Z(f) est l'ensemble-solution de l'équation f(x) = 0

D'une manière générale, pour déterminer les zéros d'une fonction f, on résout l'équation f(x) = 0 pour trouver l'ensemble des valeurs de x.



Trouve Z(f) pour chacune des fonctions polynômes suivantes :

- 1) $f_1(x) = 2x 4$ (2) $f_2(x) = x^2 9$
- 3 $f_3(x) = 5$ 4 $f_4(x) = 0$
- $\mathbf{5} \ \mathbf{f}_5(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 + 4 \qquad \qquad \mathbf{6} \ \mathbf{f}_6(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^6 32\mathbf{x}$
- $f_{y}(x) = x^{2} + x + 1$

Solution

- 1) $f_1(x) = 2x 4$ On pose $f_1(x) = zero$: 2x 4 = 0

$$f_2(x) = x^2 - 9$$

On pose
$$f_2(x) = zero$$
 : $x^2 - 9 = 0$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

$$z(f_2) = [-3, 3].$$

$$f_3(x) = 5$$

(4)
$$f_4(x) = 0$$

$$\triangleq -z(f_a) = R$$

(5) On pose
$$x^2 + 4 = 0$$

$$\therefore x^2 = -4$$

$$x = \pm \sqrt{4} \notin \mathbb{R}$$
 $z(f_s) \operatorname{est} \phi$

On pose
$$x^6 - 32x = 0$$

$$\div \ \ x(x^5-32)=0 \qquad \qquad \div \ \ x=0 \qquad \qquad , \ x^5=32$$

$$\dot{x} = 0$$

$$x^5 = 32$$

$$x^5 = 2^{-5}$$

$$x = 2$$

$$\therefore z(f_6) = \{0, 2\}$$

On pose
$$x^2 + x + 1 = 0$$

Dans la mesure où la factorisation de l'expression x2 + x + 1 est difficile, on utilise la formule pour résoudre l'équation du second degré.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 \cdot 4ac}}{\frac{2a}{1 \pm \sqrt{-3}}} \quad \text{où} \quad a = 1, b = 1, c = 1$$

$$\therefore \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2} \notin \mathbb{R}$$

: Il n'y a pas de solutions réelles des l'équation d'où $z(f_2) = \phi$

Pour t'entrainer:

👔 Trouve l'ensemble des zéros de chacune des fonctions polynômes suivantes :

$$\int f(x) = x^3 - 4x^3$$

a
$$f(x) = x^3 - 4x^2$$
 b $f(x) = x^2 - 2x + 1$ c $f(x) = x^2 - 2x - 1$

$$f(x) = x^2 - 2x - 1$$

$$f(x) = x^4 - x^2$$

d
$$f(x) = x^4 - x^2$$
 e $f(x) = x^2 - x + 1$ f $f(x) = x^2 - 2$

$$f(x) = x^2 - 3$$

[1] Choisis la bonne réponse parmi les réponses proposées :

- L'ensemble des zéros de la fonction f telle que f(x) = -3x est :
 - a) [O]
- **b**] {-3}
- [-3,0]
- dR
- 2 L'ensemble des zéros de la fonction f telle que $f(x) = x(x^2 2x + 1)$ est :
 - M {0, 1}
- **b** {0,-1}
- [-1,0]
- a) (1)
- 3 Si $Z(f) = \{2\}$ et $f(x) = x^3 m$, alors m est égale à :
 - $3\sqrt{2}$
- b) 2
- 5 4

- d) 8
- **4** Si $Z(f) = \{5\}$ et $f(x) = x^3 3x^2 + a$, alors a est égale à :
 - -50
- b -5
- 5

- d) 50
- **5** Si $Z(f) = \{1, -2\}$ et $f(x) = x^2 + x + a$, alors a est égale à :
 - a 28
- b 1
- c1 1

d) - 2

[2] 1 Trouve l'ensemble des zéros de chacune des fonctions polynômes suivantes, définies sur R.

- f(x) = (x 1)(x 2)
- **b** $f(x) = x^2 2x$

 $f(x) = x^2 - 16$

 $f(x) = 25 - 9x^2$

 $f(x) = 2x^3 - 18 x$

 $\int f(x) = 5x^3 - 20x$

B $f(x) = x^3 - 125$

- $f(x) = 2x^3 + 16$
- iii $f(x) = 2x^4 + 54 x$

 $\iint f(x) = 6x^2 + x - 12$

f(x) = x(x-5) - 14

- $1) f(x) = 2x^4 + x^3 6x^2$
- $\mathbf{n}(\mathbf{x}) = \mathbf{x}(\mathbf{x} 5) 14$
- f(x) = (x 2)(x + 3) + 4
- $f(x) = x^3 + x^2 2x 8$

 $f(x) = x^3 + 2x^2 - 15x$

- $\mathbf{p} \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^3 3\mathbf{x}^2 4\mathbf{x} + 12$
- 2 Si $f(x) = x^3 2x^2 75$, **démontre que** le nombre 5 est l'un des zéros de la fonction.
- 3 Si $\{-3, 3\}$ est l'ensemble des zéros de la fonction f telle que $f(x) = x^2 + a$ trouve la valeur de a.
- 3 Sì l'ensemble des zéros de la fonction f telle que $f(x) = ax^2 + bx + 15$ est $\{3, 5\}$ trouve la valeur de a et b.

Fonction rationnelle



Réfléchis et discute :

On a étudié qu'un nombre rationnel est un nombre qui peut s'écrire sous la forme $\frac{a}{b}$ où a , $b \in \mathbb{R}$, $b \neq 0$

Si f: R
$$\longrightarrow$$
 R telle que $f(x) = x + 3$
g: R \longrightarrow R telle que $g(x) = x^2 - 4$.

- 1 Trouve l'ensemble de définition de f et g.
- 2) Si $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ peux-tu trouver l'ensemble de définition de h en connaissant les ensembles des definition de f et g?

De ce qui précède, on déduit que :

h est appelée fonction rationnelle où h(x) = $\frac{x+3}{x^2-4}$

Dans ce cas, l'ensemble de définition de h est R privé des valeurs de x qui rendent la fraction rationnelle indéfinie (c'est l'ensemble des zéros du dénominateur).

Donc: l'ensemble de définition de h est R - {-2, 2}

Si f et g sont deux fonctions polynômes et si Z(g) est l'ensemble des zéros de g, alors la fonction h telle que

$$h: \mathbb{R} - z (g) \longrightarrow \mathbb{R}$$
, $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ est appelée une fonction

rationnelle réelle ou plus simplement une fonction rationnelle.

On remarque que : l'ensemble de définition d'une fonction rationnelle = R – l'ensemble des zéros du dénominateur.

A apprendre

★ La notion d'une fonction rationnelle

Expressions de base

- ☆ Une fonction polynôme.
- L'ensemble de définition d'une fraction rationnelle
- L'ensemble de définition commun à deux fractions rationnelles

Pour t'entraîner :

1 Détermine l'ensemble de définition de chacune des fonctions rationnelles suivantes puis calcule g (0), g (2), g (-2):

$$g(x) = \frac{x+3}{4}$$

$$\mathbf{b} \cdot \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \frac{\mathbf{x} \cdot \mathbf{2}}{2\mathbf{x}}$$

$$g(x) = \frac{1}{x+2}$$

$$g(x) = \frac{x+3}{4}$$

$$g(x) = \frac{x+2}{2x}$$

$$g(x) = \frac{x+2}{x^2+1}$$

$$g(x) = \frac{x^2+9}{x^2+16}$$

$$g(x) = \frac{x^2+1}{x^2-x}$$

$$g(x) = \frac{x+2}{x^2+1}$$

$$g(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - x}$$

$$g(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$$

2 Si l'ensemble de définition de la fonction $g : g(x) = \frac{x-1}{x^2 - ax + 9}$ est R - {3} trouve la valeur de a.

L'ensemble de définition commun de deux ou plusieurs fractions rationnelles : L'ensemble de définition commun de deux ou plusieurs fractions rationnelles est l'ensemble des nombres réels qui rendent les fractions définies simultanément.



Si g₁ et g₂ sont deux fractions rationnelles telles que :

$$g_1(x) = \frac{1}{x-1}$$
, $g_2(x) = \frac{3}{x^2-4}$ trouve l'ensemble de définition commun de g_1 , g_2

Solution

Soient D₁ l'ensemble de définition de g₁ et D₂ l'ensemble de définition de g.

 $D_1 = R - \{1\}$, $D_2 = R - \{-2, 2\}$ et l'ensemble de définition commun aux deux fractions g_{1} $g_{ij} = D_{ij} \cap D_{ij}$

$$\hat{\mathbf{ou}} \ D_1 \ \cap \ D_2 = \{(\mathbb{R} - \{1\}\} \ \cap \ \{\mathbb{R} - \{-2\ , \, 2\}\} = \mathbb{R} - \{-2\ , \, 1\ , \, 2\}$$

Pour toute valeur de la variable x appartenant a'l'ensemble de définition commun, $g_1(x)$ et $g_2(x)$ sont définies (existent).

Si g₁ et g₂ sont deux fractions rationnelles et si:

L'ensemble de définition de $g_1 = \mathbb{R} - Z_1$ (où Z_1 l'ensemble des zéros de g_1) l'ensemble de définition de $g_2 = \mathbb{R} - Z_2$ (où Z_2 l'ensemble des zéros de g_2)

alors, l'ensemble de définition commun aux deux fractions rationnelles g1(x) et $g_2(x) = R - (Z_1, \cup Z_2)$

= R - l'ensemble des zéros des dénominateurs des deux fractions

Généralement, l'ensemble de définition commun de plusieurs fractions rationnelles

= R - l'ensemble des zéros des dénominateurs de ces fractions



Trouve l'ensemble de définition commun dans chacun des cas suivants :

$$n_1(x) = \frac{1}{x}$$

$$n_1(x) = \frac{1}{x}$$
 , $n_2(x) = \frac{2}{x+1}$

$$n_1(x) = \frac{3}{x^2 - x}$$
 , $n_2(x) = \frac{2x - 3}{x^2 - 1}$

$$n_2(x) = \frac{-2x-3}{x^2-1}$$

$$n_2(x) = \frac{5}{x+2}$$

$$n_3(x) = \frac{x}{x^3 \cdot 4x}$$

$$n_2(x) = \frac{3x}{x^2 - x}$$

$$n_3(x) = \frac{x^2 \cdot 3x \cdot 4}{x^2 + x \cdot 2}$$



Exercices 2-2



Trouve l'ensemble de définition commun de chaque groupe de fractions rationnelles :

$$2 \frac{1}{2x} \quad , \quad \frac{x \cdot 1}{5}$$

$$\frac{x+2}{x+5}$$
 , $\frac{x+4}{x-7}$

$$4 \frac{4}{x-4} \cdot \frac{x-5}{5x}$$

$$\frac{x}{x^2+4} \rightarrow \frac{3}{2+x}$$

$$6 \frac{5}{x \cdot 2}$$
, $\frac{x+1}{x^2-2x}$

$$\sqrt{\frac{1}{x^3-1}}$$
 , $\frac{x}{1-x^2}$

$$8 \frac{x^2+4}{x^2+4}$$
 . $\frac{7}{x^2+4x+4}$

$$9 \frac{x-2}{x+4}$$
, $\frac{7}{x-3}$, $\frac{x}{x^2+4}$

11
$$\frac{x^2}{x-3}$$
 , $\frac{7}{x+3}$, $\frac{-2x}{x^3+27}$

$$\frac{4x-3}{x^2-x} , \frac{x-1}{x^2+16} , \frac{5x}{x^2-2x-3}$$





- ★ La notion d'égalité de deux fractions rationnelles.
- Conditions d'égalité de deux fractions rationnelles.

Expressions de base

- Simplification des fractions rationnelles.
- Égalité de deux fractions rationnelles.

Egalité de deux fractions rationnelles

Simplification des fractions rationnelles

Réfléchis et discute

Soit g une fraction rationnelle telle que : $g(x) = \frac{x^2 + x}{x^2 - 1}$

Complète ce qui suit :

- 1'ensemble de définition de g =
- Le facteur commun entre le numérateur et le dénominateur après avoir factorisé complètement chacun d'eux est≠zèro Ce facteur commun est différent de zéro car x ne peut pas être égale à
- 3 La fraction rationnelle dans la forme la plus simple après avoir éliminé le facteur commun =
- Est-ce que l'ensemble de définition de la fraction change après l'avoir simplifié?

De ce qui précède, on déduit que:

Mettreunefraction rationnelle sous la forme la plus simple est appelé simplification de la fraction rationnelle. Pour simplifier une fraction rationnelle, on suit les étapes suivantes:

- On factorise complètement le numérateur et le dénominateur de la fraction.
- On détermine l'ensemble de définition de la fraction rationnelle avant d'éliminer les facteurs communs du numérateur et du dénominateur.
- 3 On élimine les facteurs communs du numérateur et du dénominateur pour obtenir la fraction sous la forme la plus simple.

Définition: On dit qu'une fraction rationnelle est sous la forme la plus simple s'il n' y a aucun facteur commun entre le numérateur et le dénominateur de la fraction.



Si $g(x) = \frac{x^3 + x^2 - 6x}{x^4 - 13x^2 + 36}$ mets g(x) sous la forme la plus simple en déterminant l'ensemble de définition de g.

Solution

$$y = \frac{x^3 + x^2 - 6x}{x^4 + 13x^2 + 36} = \frac{x(x^2 + x - 6)}{(x^2 - 4)(x^2 - 9)} = \frac{x(x + 3)(x - 2)}{(x + 2)(x - 2)(x + 3)(x - 3)}$$

: L'ensemble de définition de $g(x) = \mathbb{Z} - \{-3, -2, 2, 3\}$

→ Pour simplifier la fraction, on élimine (x + 3) , (x - 2) du numérateur et du dénominateur.

$$\Rightarrow g(x) = \frac{x}{(x+2)(x-3)}$$

Egalité de deux fractions rationnelles:

Réfléchis et discute :

Mets sous la forme la plus simple les deux fractions rationnelles $g_1(x)$ et $g_2(x)$ en déterminant l'ensemble de définition de chaque fraction dans chacun des cas suivants:

$$g_1(x) = \frac{x+3}{x^2-9}$$
 et $g_2(x) = \frac{2}{2x-6}$

2
$$g_1(x) = \frac{2x}{2x+4}$$
 et $g_2(x) = \frac{x^2+2x}{x^2+4x+4}$

Est-ce que $g_1 = g_2$ dans chaque cas? Explique ta réponse.

De ce qui précède, on remarque que:

$$g_2(x) = \frac{2}{2(x-3)} = \frac{1}{x-3}$$
 et l'ensemble de définition de $g_2 = \mathbb{R} - \{-3\}$

Donc: g_1 et g_2 ont la même forme la plus simple mais l'ensemble de définition de $g_1 \neq$ l'ensemble de définition de g_2

$$g_2(x) = \frac{x(x+2)}{(x+2)^2} = \frac{x}{x+2}$$
 et l'ensemble de définition de $g_2 = \mathbb{R} - \{-2\}$

Donc g_1 et g_2 ont la même forme la plus simple et le domaine de définition de , l'ensemble de définition de g₁ = l'ensemble de définition de g₂

De ce qui précède, on déduit que :

On dit que deux fonctions g_1 et g_2 sont égales (c'est-à-dire $g_1 = g_2$) si les deux conditions suivantes sont vérifiées à la fois:

l'ensemble de définition de g₁ = l'ensemble de définition de g₂ $g_1(x) = g_2(x)$ pour tout x appartenant à leureusemble de définition commun.

Exemples

2 Si
$$g_1(x) = \frac{x^2}{x^3 - x^2}$$

2 Si
$$g_1(x) = \frac{x^2}{x^3 - x^2}$$
 et $g_2(x) = \frac{x^3 + x^2 + x}{x^4 - x}$ démontre que : $g_1 = g_2$

$$g_1(x) = \frac{x^2}{x^3 - x^2} = \frac{x^2}{x^2(x-1)}$$

$$g_1(x) = \frac{1}{x-1}$$



$$g_2(x) = \frac{1}{x+1}$$

et l'ensemble de définition n, = R - {0, 1}



- $x \in R - \{0, 1\}$
- $g_1 = g_2$



Démontre que $g_1(x) = g_2(x)$ pour tout x appartenant à leur ensemble de définition commun puis trouve cet ensemble.

Solution

$$g_1(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6} = \frac{(x+2)(x-2)}{(x+3)(x-2)} = \frac{x+2}{x+3}$$

et l'ensemble de définition de $g_1 = Z - \{-3, 2\}$





$$n_2(x) = \frac{x^3 - x^2 - 6x}{x^3 - 9x} = \frac{x(x - 3)(x + 2)}{x(x + 3)(x - 3)} = \frac{x + 2}{x + 3}$$
et l'ensemble de définition de $g_2 = \mathbb{R} \cdot \{-3, 0, 3\}$



De 1 et 2

On remarque que: $g_1(x)$, $g_2(x)$ ont la même forme la plus simple $\frac{x+2}{x+3}$. mais l'ensemble de définition de $g_1 \neq l$ 'ensemble de définition de g_2

Nous pouvons dire que : $g_1(x) = g_2(x)$ pour tout x appartenant a'l'ensemble de définition commun des deux fonctions g_1 , g_2 qui est \mathbb{R} - $\{-3, 0, 2, 3\}$.

Pour t'entraîner:

Complète ce qui suit :

- 1 La forme la plus simple de la fraction g telle que $g(x) = \frac{4x^2 \cdot 2x}{2x}$ où $x \neq 0$ est
- **2** L'ensemble de définition commun aux deux fonctions g_1 , g_2 où $g_1(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$, $g_2(x) = \frac{1}{x+1}$ est
- 3 Si $g_1(x) = \frac{1+a}{x+2}$, $g_2(x) = \frac{4}{x+2}$ et $g_1(x) = g_2(x)$ alors $a = \dots$
- Si la forme la plus simple de la fraction $g(x) = \frac{x^2 4x + 4}{x^2 a}$ est $g(x) = \frac{x 2}{x + 2}$ alors $a = \dots$
- Si $g_1(x) = \frac{-7}{x+2}$, $g_2(x) = \frac{x}{x-k}$ si l'ensemble de définition commun aux deux fonctions g_1 , g_2 est R - {-2 , 7} alors $k = \dots$

Exercices 2-3

- Mets chacune des fractions rationnelles suivantes sous la forme la plus simple en déterminant son ensemble de définition :
 - A x2 4

$$\frac{G}{4x^2 + 7x + 6}$$

$$\frac{1}{x(x-3)^2 - 1}$$

② Dans chacun des cas suivants, dire si $g_1 = g_2$ ou non en justifiant la réponse

$$g_1(x) = \frac{x-1}{x}$$

et
$$g_2(x) = \frac{(x-1)(x^2+1)}{x(x^2+1)}$$

B
$$g_1(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6}$$
 et $g_2(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 9}$

$$g_2(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 9}$$

$$g_1(x) = \frac{2x^3 + 6x}{(x-1)(x^2 + 3)} \qquad \text{et} \qquad g_2(x) = \frac{2x}{x+1}$$

$$g_3(x) = \frac{x^3 + 1}{x^3 + x^2 + x} \qquad \text{et} \qquad g_2(x) = \frac{x^3 + x^2 + x + 1}{x^3 + x}$$

$$g_2(x) = \frac{2x}{x-1}$$

$$g_1(x) = \frac{x^3 + 1}{x^3 + x^2 + x}$$

$$g_2(x) = \frac{x^3 + x^2 + x + 1}{x^3 + x}$$

Dans chacun des cas suivants, démontre que : g₁ = g₂

$$\mathbf{g}_1(\mathbf{x}) = \frac{1}{\mathbf{x}}$$

$$g_1(x) = \frac{1}{x}$$
 et $g_2(x) = \frac{x^2 + 4}{x^3 + 4x}$

$$g_1(x) = \frac{2x}{2x+1}$$

$$g_1(x) = \frac{2x}{2x+8}$$
 et $g_2(x) = \frac{x^2+4x}{x^2+8x+16}$

$$g_1(x) = \frac{x^3 - 1}{x^3 + x^2 + x}$$

$$g_1(x) = \frac{x^3 - 1}{x^3 + x^2 + x}$$
 et $g_2(x) = \frac{(x - 1)(x^2 + 1)}{x^3 + x}$

$$g_1(x) = \frac{x^3 + x}{x^3 + x^2 + x + 1}$$
 et $g_2(x) = \frac{x}{x + 1}$

$$g_2(x) = \frac{x}{x}$$

Dans chacun des cas suivants, trouve l'ensemble de définition commun des deux fonctions g1 , g2:

$$g_1(x) = \frac{x+2}{3}$$

$$et g_2(x) = \frac{x-3}{x}$$

B
$$g_1(x) = \frac{-5}{x^2 - 1}$$
 et $g_2(x) = \frac{2}{x}$

et
$$g_2(x) = \frac{2}{x}$$

$$g_1(x) = \frac{x-5}{3-x}$$

$$g_1(x) = \frac{x-5}{3-x}$$
 et $g_2(x) = \frac{3x}{x^2+1}$

$$g_1(x) = \frac{x}{x^3 - 8}$$

$$g_1(x) = \frac{x}{x^3 - 8}$$
 et $g_2(x) = \frac{11}{x^2 - 4}$

$$g_{\frac{1}{2}}(x) = \frac{3x+1}{7x}$$

$$g_1(x) = \frac{3x+1}{7x} \qquad \text{et} \qquad g_2(x) = \frac{x^2+1}{x^4-81}$$

$$g_1(x) = \frac{x^2 + 9x + 20}{x^2 - 16} \qquad \text{et} \qquad g_2(x) = \frac{x^2 + 5}{x^2 - 4x}$$

et
$$g_2(x) = \frac{x^2 + 5}{x^2 - 4x}$$



Opérations sur les fractions rationnelles

(1) Addition et soustraction des fractions rationnelles:

Réfléchis et discute :

- 1 Si $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{b}$ sont deux nombres rationnels, trouve la valeur de: $\frac{a}{b} + \frac{c}{b}$ et $\frac{a}{b} - \frac{c}{b}$
- \bigcirc Si $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont deux nombres rationnels, trouve la valeur de:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$$
 et $\frac{a}{b} - \frac{c}{d}$

De ce qui précède, on peut additionner ou soustraire deux fractions rationnelles ayant le même dénominateur ou deux dénominateurs différents comme suit:

Si x ∈ a'l'ensemble de définition commun des deux fonctions g, g, tel que:

$$\mathbf{1} \ \mathbf{g}_1(\mathbf{x}) = \frac{f_1(\mathbf{x})}{f_2(\mathbf{x})} \ et \ \mathbf{g}_2(\mathbf{x}) = \frac{f_3(\mathbf{x})}{f_2(\mathbf{x})}$$

$$(deux \ fractions \ ayant \ le \ meme \ denominateur)$$

Donc:
$$g_1(x) + g_2(x) = \frac{f_1(x)}{f_2(x)} + \frac{f_3(x)}{f_2(x)} = \frac{f_1(x) + f_3(x)}{f_3(x)},$$

$$g_1(x) - g_2(x) = \frac{f_1(x)}{f_2(x)} - \frac{f_3(x)}{f_2(x)} = \frac{f_1(x)}{f_2(x)} + \frac{-f_3(x)}{f_2(x)},$$

2
$$g_1(x) = \frac{f_1(x)}{f_2(x)} et g_2(x) = \frac{f_3(x)}{f_4(x)}$$

deux fractions ayant des dénominateurs différents)

Donc:
$$g_1(x) + g_2(x) = \frac{f_1(x)}{f_2(x)} + \frac{f_3(x)}{f_4(x)}$$

$$= \frac{f_1(x) \times f_4(x) + f_2(x) \times f_2(x)}{f_2(x) \times f_4(x)}$$

$$g_1(x) - g_2(x) = \frac{f_1(x)}{f_2(x)} - \frac{f_3(x)}{f_4(x)} = \frac{f_1(x) \times f_4(x) - f_3(x) \times f_2(x)}{f_2(x) \times f_4(x)}$$



A apprendre

* Comment effectuer les opérations (+ , - , × , ÷) sur les fractions rationnelles

Expressions de base

- Opposé d'une fraction rationnelle.
- * Inverse d'une fraction rationnelle.



1 Si
$$g_1(x) = \frac{x}{x^2 + 2x}$$
 et $g_2(x) = \frac{x+2}{x^2 + 4}$

Trove $g(x) = g_1(x) + g_2(x)$ en déterminant l'ensemble de définition de g.

$$g(x) = g_1(x) + g_2(x)$$

$$\therefore g(x) = \frac{x}{x^2 + 2x} + \frac{x+2}{x^2 + 4} = \frac{x}{x(x+2)} + \frac{x+2}{(x-2)(x+2)}$$

Le domaine de définition de $g = R - \{-2, 0, 2\}$

2 Mets: g(x) dans la forme la plus simple en déterminant l'ensemble de définition de g où :

$$g(x) = \frac{3x-4}{x^2-5x+6} + \frac{2x+6}{x^2+x-6}$$

- Solution

$$g(x) = \frac{3x-4}{(x-2)(x-3)} + \frac{2(x+3)}{(x-2)(x+3)}$$

L'ensemble de définition de $g = \mathbb{R} - \{-3, 2, 3\}$

$$\therefore g(x) = \frac{3x-4}{(x-2)(x-3)} + \frac{2}{x-2}$$

: Le PPCM des dénominateurs = (x - 3)(x - 2) on multiplie les deux membres de la deuxième fraction par (x - 3)



Mets g(x) dans la forme la plus simple en déterminant l'ensemble de définition de g où:

$$g(x) = \frac{12}{12x^2-3} + \frac{2}{2x-4x^2}$$
, puis trouve g(0) et g(-1) si cela est possible.

Solution

$$g(x) = \frac{12}{12x^2 - 3} + \frac{2}{-4x^2 + 2x}$$

$$= \frac{12}{12x^2 - 3} + \frac{2}{-(4x^2 - 2x)}$$

$$= \frac{12}{3(4x^2 - 1)} - \frac{2}{2x(2x - 1)} = \frac{4}{(2x + 1)(2x - 1)} - \frac{1}{x(2x - 1)}$$
(Factorisation)

L'ensemble de définition de $g = R - \{\frac{-1}{2}, 0, \frac{1}{2}\}$

Le PPCM des dénominateurs = x (2x + 1) (2x - 1)

$$g(x) = \frac{4x}{x(2x+1)(2x-1)} - \frac{2x+1}{x(2x+1)(2x-1)}$$

$$g(x) = \frac{4x}{x(2x+1)(2x-1)} - \frac{2x+1}{x(2x+1)(2x-1)}$$

$$g(x) = \frac{4x \cdot (2x+1)}{x(2x+1)(2x-1)} = \frac{4x \cdot 2x-1}{x(2x+1)(2x-1)}$$

$$= \frac{2x-1}{x(2x+1)(2x-1)} = \frac{1}{x(2x+1)}$$

g(0) n'existe pas car le zéro n'appartient pas a'l'ensemble de définiton de

$$g(-1) = \frac{1}{-1 \times (-2+1)} = \frac{1}{-1 \times -1} = 1$$

Pour t'entraîner :

Mets g(x) sous la forme la plus simple en déterminant l'ensemble de définition de g dans chacun de cas suivants:

$$g(x) = \frac{x-2}{x} + \frac{3+x}{2x}$$

$$3 g(x) = \frac{2}{x+3} + \frac{x+3}{x^2+3x}$$

$$g(x) = \frac{x^2}{x-1} + \frac{x}{1-x}$$

$$2 g(x) = \frac{2x}{x+2} + \frac{4}{x+2}$$

$$4 g(x) = \frac{x}{x \cdot 4} - \frac{x \cdot 4}{x^2 \cdot 16}$$

8
$$g(x) = \frac{x}{x-2} - \frac{x}{x+2}$$

$$\mathbf{10} g(x) = \frac{3}{x+1} + \frac{2x+1}{1-x^2}$$

(2) Multiplication et division des fractions rationnelles

Réfléchis et discute :

Pour toute fraction rationelle g (x) \neq 0, il existe un inverse. Cet inverse est noté $\frac{1}{n(x)}$.

Si g(x) =
$$\frac{x+2}{x+5}$$
, alors $\frac{1}{g(x)} = \frac{x+5}{x+2}$

L'ensemble de définition de g = R - {-5}, et l'ensemble de définition de $\frac{1}{g}$ = R-{-2, -5} on a $g(x) \times \frac{1}{g(x)} = 1$

De ce qui précède, nous pouvons effectuer la multiplication et la division de deux fractions comme suit:

Si g₁ et g₂ sont deux fonctions telles que:

$$g_1(x) = \frac{f_1(x)}{f_2(x)} et g_2(x) = \frac{f_3(x)}{f_4(x)} alors$$
:

où x appartient a'l'ensemble de définition commun des deux fractions rationnelles g_1 , g_2 qui est R - $(Z(f_2) \cup Z(f_4))$

2
$$\mathbf{g}_1(\mathbf{x})$$
 : $\mathbf{g}_2(\mathbf{x}) = \frac{f_1(\mathbf{x})}{f_2(\mathbf{x})} \div \frac{f_3(\mathbf{x})}{f_4(\mathbf{x})} = \frac{f_1(\mathbf{x})}{f_2(\mathbf{x})} \times \frac{f_4(\mathbf{x})}{f_3(\mathbf{x})}$

ou g_1 : g_2 appartient al'ensemble de définition commun des deux fractions rationnelles g_1 , g_2 , g_2 -1 qui est R - $(Z(f_2) \cup Z(f_3) \cup Z(f_4))$

Exemples

4 Si g(x) =
$$\frac{x+1}{x^2-x-2} \times \frac{x^2+3x-10}{3x^2+16x+5}$$

trouve g(x) sous la forme la plus simple en déterminant son ensemble de définition puis trouve g(0) et g(-1) si cela est possible

Solution

$$g(x) = \frac{x+1}{(x-2)(x+1)} \times \frac{(x+5)(x-2)}{(3x+1)(x+5)}$$
$$= \frac{(x+1)(x+5)(x-2)}{(x-2)(x+1)(3x+1)(x+5)} = \frac{1}{3x+1}$$

(la forme la plus simple)



Le domaine de définition de $g = \mathbb{R} - \{-5, -1, -\frac{1}{4}, 2\}$ g(-1) n'existe pas car -1 n'appartient pas a' l'ensemble de définition de g .

Si g(x) =
$$\frac{x^2 - 9}{2x^2 + 3x}$$
 : $\frac{3x^2 + 6x - 45}{4x^2 - 9}$

trouve g(x) sous la forme la plus simple en déterminant l'ensemble de définition de g

- Solution -

$$g(x) = \frac{x^2 - 9}{2x^2 + 3x} : \frac{3(x^2 - 2x - 15)}{4x^2 - 9}$$

$$g(x) = \frac{(x+3)(x-3)}{x(2x+3)} : \frac{3(x+5)(x-3)}{(2x+3)(2x-3)}$$

 $g(x) = \frac{x^2 - 9}{2x^2 + 3x} : \frac{3(x^3 + 2x - 15)}{4x^2 + 9} : g(x) = \frac{(x + 3)(x - 3)}{x(2x + 3)} : \frac{3(x + 5)(x - 3)}{(2x + 3)(2x - 3)}$ L'ensemble de définition de $g = R - \{0, -\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, -5, 3\}$

••
$$g(x) = \frac{(x+3)(x-3)}{x(2x+3)} \times \frac{(2x+3)(2x-3)}{3(x+5)(x-3)}$$

$$= \frac{(x+3)(x+3)(2x+3)(2x+3)}{3x(2x+3)(x+5)(x-3)} = \frac{(x+3)(2x-3)}{3x(x+5)}$$

Pour t'entraîner:

(3) Mets g(x) sous la forme la plus simple en déterminant l'ensemble de définition de g dans chacun de cas suivants:

1
$$g(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x} \times \frac{x^2 - x}{x^3 + 1}$$

$$g(x) = \frac{3x \cdot 15}{x + 3} : \frac{5x \cdot 25}{4x + 12}$$

Exercices 2-4

Mets g(x) dans chacun de cas suivants sous la forme la plus simple en déterminant l'ensemble de définition de g:

1
$$g(x) = \frac{x+6}{2x^2+15x+18} + \frac{x+5}{15+13x+2x^2}$$

3 $g(x) = \frac{x^2+2x+4}{x^3+8} - \frac{9-x^2}{x^2+x+6}$
5 $g(x) = \frac{x-5}{2x^2+13x+15} + \frac{x+3}{15x+18-2x^2}$
7 $g(x) = \frac{x^2+12x+36}{x^2+6x} \times \frac{4x+24}{36+x^2}$
9 $g(x) = \frac{x^2-2x+15}{x^2+9} \div \frac{2x+10}{x^2+6x+9}$

$$g(x) = \frac{x^2 + 2x + 4}{x^3 + 6} - \frac{9 - x^2}{x^3 + 6 + 6}$$

$$g(x) = \frac{x+5}{2x^2+12x+15} + \frac{x+3}{15x+18+2x^2}$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 12x + 36}{x^2 - 6x} \times \frac{4x + 24}{36 - x^2}$$

$$9 g(x) = \frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 - 9} : \frac{2x - 10}{x^2 - 6x - 9}$$

$$g(x) = \frac{x^2 + 8x + 12}{x^2 + 4x + 4} + \frac{x^2 + 4x + 5}{x^2 + 7x + 10}$$

$$g(x) = \frac{x - 3}{x^2 + 7x + 12} - \frac{x - 3}{3 + x}$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 3x}{2x^2 - x + 6} = \frac{2x^2 - 3x}{4x^2 - 9}$$

$$g(x) = \frac{x^3 - 1}{x^3 - 1} = \frac{x + 1}{x^2 + x + 1}$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{1 + x^2} = \frac{3x - 15}{x^2 - 6x + 5}$$

$$g(x) = \frac{x-3}{x^2 \cdot 7x + 12} - \frac{x-3}{3 \cdot x}$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 3x}{2x^2 - x + 6} : \frac{2x^2 - 3x}{4x^2 + 9}$$

$$\mathbf{g}(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - 1} : \frac{x - 1}{x^2 + x + 1}$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{1 - x^2} : \frac{3x - 15}{x^2 - 6x + 5}$$

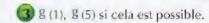
Portfolio

Si
$$g_1(x) = x + \frac{1}{x-2}$$
 et $g_2(x) = 4x + \frac{4}{x-2}$

et si g (x) = g_1 (x) ÷ g_2 (x):

- 1 Trouve ensemble de définition de g (x)
- g (x) sous la forme la plus simple.







Epreuve de l'unité



[1] Complète ce qui suit :

- 1 La forme la plus simple de la fonction g telle que $g(x) = \frac{3x}{x+1} \div \frac{x}{x+1}$ est et son ensemble de définition est et son
- 2 Si la fraction rationnelle $\frac{x-a}{x-3}$ admet pour inverse la fraction $\frac{x-3}{x+2}$, alors $a = \dots$
- 3 Si $g_1(x) = \frac{x+1}{x-2}$, et $g_2(x) = \frac{x^2+x}{x^2+2x}$ alors L'ensemble de définition dans lequel les deux fractions g, et g, sont égales à

[2]

1 Trouve l'ensemble de définition commun dans lequel les deux fractions $g_1(x)$ et $g_2(x)$ sont

$$g_1^-(x) = \frac{x^2 + x + 12}{x^2 + 5x + 4} \; , \; g_2^-(x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 + 2x + 1}$$

2 Si $g(x) = \frac{x^2 - 49}{x^3 - 8}$: $\frac{x + 7}{x - 2}$, trouve g(x) dans la forme la plus simple en déterminant son ensemble de définition puis trouve la valeur de g(1).

3 Si
$$g_1(x) = \frac{x^2}{x^3 + x^2}$$
 et $g_2(x) = \frac{x^3 + x^2 + x}{x^4 + x}$ démontre que $g_1 = g_2$

- 3 Si $g_1(x) = \frac{x^2}{x^3 x^2}$ et $g_2(x) = \frac{x^3 + x^2 + x}{x^4 x}$ démontre que $g_1 = g_2$ 4 Si l'ensemble de définition de la fonction $g(x) = \frac{b}{x} + \frac{a}{x^2 + a}$ est R- {0, 4}, et si g(5) = 2trouve la valeur de a et b
- Mets la fonction sous la forme la plus simple en déterminant son ensemble de définition si: **a)** $g(x) = \frac{x^2 x}{x^2 + 1} + \frac{x 5}{x^2 6x + 5}$ **b)** $g(x) = \frac{x^3 1}{x^2 2x + 1} \times \frac{2x 2}{x^2 + x + 1}$

a) g (x) =
$$\frac{x^2 - x}{x^2 - 1} + \frac{x - 5}{x^2 - 6x + 5}$$

b) g (x) =
$$\frac{x^3-1}{x^2-2x+1} \times \frac{2x-2}{x^2+x+1}$$

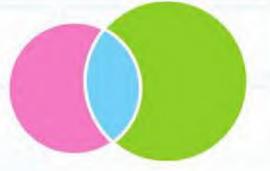
6 Si g(x) =
$$\frac{x^2 - 2x}{(x-2)(x^2+2)}$$

a) Trouve $\frac{1}{g(x)}(x)$ et détermine son ensemble b) Si $\frac{1}{g(x)} = 3$ trouve la valeur de x



Unité 3: Probabilité













A apprendre:

Effectuer des opérations sur les événements (intersection – union).

Expressions de base:

- intersection
- of union
- deux événements incompatibles.
- r corde
- diamètre d'un cercle
- ☆ Diagramme de Venn

Opérations sur les événements

Réfléchis et discute

Si on jette au hasard un dé non pipé une seule fois et on observe le nombre apparent sur la face supérieure du dé, alors :



- 2 L'événement « obtenir le nombre 7 » = et cet événement est appelé et sa probabilité =
- Uévénement « obtenir le nombre inférieur à 9 » = et cet événement est appelé et sa probabilité =
- L'événement « obtenir le nombre premier » = et cet événement est appelé et sa probabilité =

Si A est un événement d'un espace des éventualités E (A⊂E), alors

$$P(A) = \frac{\text{card } (A)}{\text{card } (E)}$$

où card(A): représente le nombre d'éléments de A, card(E) représente le nombre d'éléments de l'espace des éventualités E et P(A) représente la probabilité d'obtenir l'événement A.

On remarque qu'on : peut écrire la probabilité sous la forme d'une fraction ou d'un pourcentage comme suit :

Evénement impossible	Rarement	Parfois	Souvent	Evénement certain
0	1 4	1 2	3 4	1
0%	25%	50%	75%	100%

Pour t'entraîner :

- 1 La figure ci-contre représente une roue tournante divisée en 8 secteurs identiques et coloriés. Trouve la probabilité que
 - La flèche s'arrête sur la couleur ::
 - M blanche.
- Blanche ou rouge.
- S bleue.





- La figure ci-contre représente une roue tournante divisée en 8 secteurs identiques et coloriés. Trouve la probabilité que :
 - la flèche s'arrête sur la couleur verte.
 - B la flèche s'arrête sur la couleur jaune.
 - la flèche s'arrête sur la couleur bleue.

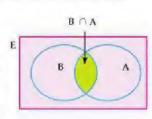


Opérations sur les événements :

Puisque les événements sont des sous-ensembles de l'espace des éventualités (E), donc les opérations sur les événements sont les mêmes que sur les sur les ensembles comme l'union et l'intersection. En considérant l'espace des éventualités (E) comme l'ensemble référentiel, on peut exprimer les événements et les opérations sur eux par des diagrammes de Venn comme suit :

[1] L'intersection:

Soient A et B deux événements d'un l'espace des éventualités (E). L'intersection des deux événements A et B, noté A ∩ B signifie la réalisation des deux événements à la fois.



Notons que : On dit qu'un événement est réalisé si le résultat de

l'expérience est un élément de l'ensemble exprimant cet événement.



On dispose de 8 cartes identiques numérotées de 1 à 8 . On mélange ces cartes puis on tire une carte au hasard.

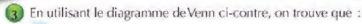


- Ecris l'espace des éventualités.
- 2 Ecris les événements suivants.
 - L'événement A : « La carte tirée porte un nombre pair ».
 - L'événement B : « La carte tirée porte un nombre premier ».
 - L'événement C : « La carte tirée porte un nombre divisible par 4 ».
- 3 Utilise le diagramme de Venn pour calculer la probabilité des événements suivants :
 - La réalisation des deux événements A et B ensemble.
 - La réalisation des deux événements A et C ensemble.
 - La réalisation des deux événements B et C ensemble.

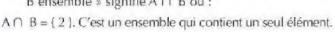
Solution

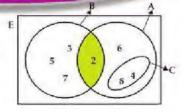
- 1 E = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}, card (E) = 8
 - $A = \{2, 4, 6, 8\}$ $B = \{2, 3, 5, 7\}$

 $\subseteq C = \{4, 8\}$



△ l'événement » La réalisation des deux événements A et B ensemble » signifie A ∩ B où :





$$\therefore$$
 card $(A \cap B) = 1$

 $A \cap C = \{4, 8\}$

- ∴ La probabilité de la réalisation des deux événements A et B ensemble = $P(A \cap B)$ = $\frac{\text{card } (A \cap B)}{\text{card } (E)} = \frac{1}{8}$

card (A ∩ C) = 2

∴ La probabilité de la réalisation des deux événements A et C ensemble = P (A ∩ B)
$$= \frac{\operatorname{card}(A \cap C)}{\operatorname{card}(E)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

- l'événement « La réalisation des deux événements B et C ensemble » signifie $B \cap C$ où : $B \cap C = \phi$ (car B et C sont deux ensembles disjoints) \therefore card $(B \cap C) = 0$
 - ∴ La probabilité de la réalisation des deux B et C ensemble = $P(B \cap C)$ = $\frac{\text{card } (B \cap C)}{\text{card } (E)} = \frac{0}{8} = 0$

Remarque que : les deux événements B et C ne peuvent pas être réalisés simultanément. On dit que B et C sont deux événements incompatibles.

Les événements incompatibles

On dit que deux événements A et B sont deux événements incompatibles si A \cap B = ϕ





On dit que plusieurs événements sont incompatibles s'ils sont incompatibles deux à deux

Pour t'entraîner : On jette un dé une seule fois :



- Ecris l'espace de éventualités.
- 2 Ecris les événements suivants :
 - a A: « obtenir un nombre pair ».
- B: « obtenir un nombre impair ».
- C: « obtenir un nombre premier et pair ».
- Calcule les probabilités suivantes :
 - « La réalisation de A et B ensemble ».
- « La réalisation de A et C ensemble ».

[2] Union

Soient A et B deux événements d'un l'espace des éventualités (E). La réunion des deux événements A et B, notée A U B, signifie la réalisation de A ou de B ou A et B à la fois. C'est donc l'événement de la réalisation d'au moins l'un des deux événements.



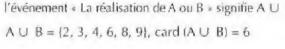
- On dispose de 9 cartes identiques numérotées de 1 à 9. On mélange ces cartes puis on tire une carte au hasard.
 - (1) Ecris l'espace des éventualités.
 - (2) Ecris les événements suivants :
 - L'événement A : « La carte tirée porte un nombre pair ».
 - L'événement B : « La carte tirée porte un nombre divisible par 3 ».
 - L'événement C : « La carte tirée porte un nombre premier plus grand que 5 ».
 - (3) Utilise le diagramme de Venn pour calculer la probabilité des événements suivants :
 - La réalisation de A ou B
- La réalisation A ou C
- Calcule P (A) + P (B) P (A ∩ B) , P (A ∪ B)

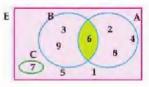
Solution -

(1)
$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$
, card (S) = 9

(2)
$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$
, card (A) = 4, $B = \{3, 6, 9\}$, card (B) = 3, $C = \{7\}$, card (C) = 1

- (3) In the venn diagram opposite:
 - △ l'événement « La réalisation de A ou B » signifie A U B.





∴ La probabilité de la réalisation de A ou B ensemble = P (A ∪ B)

$$= \frac{\operatorname{card} (A \cup B)}{\operatorname{card} (E)} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

■ l'événement « La réalisation A ou C » signifie A U C où :

$$A \cup C = \{2, 4, 6, 7, 8\}$$
, card $(A \cup C) = 5$

: La probabilité de la réalisation des deux événements A et C ensemble = P (A U C)

$$= \frac{\operatorname{card} (A \cup C)}{\operatorname{card} (E)} = \frac{5}{9}$$

$$P(B) = \frac{\text{card (B)}}{\text{card (E)}} = \frac{3}{9}$$

$$A \cap B = \{6\}$$

$$P(A \cap B) = \frac{\text{card } (A \cap B)}{\text{card } (S)} = \frac{1}{9}$$

$$A \cap B = \{6\}$$
 $\therefore P(A \cap B) = \frac{\text{card } (A \cap B)}{\text{card } (S)} = \frac{1}{9}$

$$P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{4}{9} + \frac{3}{9} - \frac{1}{9} = \frac{2}{3}$$
 (1

, P(A
$$\cup$$
 B) = $\frac{2}{3}$

De (1), et (2) on obtient
$$P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A \cup B)$$

Remarque : De la figure ci-contre, A et B sont deux événements incompatibles de l'espace des éventualités E. Donc :.



$$\frac{\operatorname{card} \phi}{\operatorname{card} (B)} = \frac{0}{\operatorname{card} (B)} = \operatorname{Z\acute{e}}$$



On remarque que les deux événements A et C sont incompatibles.

Donc
$$P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap C)$$
 mais $(A \cap C) = z\acute{e}ro$

:
$$P(A \cup C) = \frac{4}{9} + \frac{1}{9} - zéro$$

$$=\frac{5}{9}$$
 comme nous l'avons déjà trouvé

Donc si A et C sont deux événements incompatibles, alors P (A ∪ C) = P (A) + P(C)



 Si A et B sont deux événements d'un l'espace des éventualités d'une expérience aléatoire, complète:

$$P(A) = 0.2$$

$$P(A) = 0.55$$

$$P(B) = 0.6$$

$$P(B) = \frac{3}{10}$$

$$P(B) = \frac{1}{4}$$

$$P(A \cap B) = 0.3$$

$$P(A \cap B) = ...$$

$$P(B) = \frac{1}{4}$$

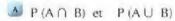
$$P(A \cap B) = z\acute{e}ro$$

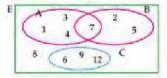
$$P(A \cup B) =$$

$$P(A \cup B) = \frac{13}{20}$$

$$P(A \cup B) = 0.9$$

En utilisant le diagramme de Venn ci-contre, trouve :







Exercises 3-1

[1] Si A et B sont deux événements de l'espace des éventualités d'une expérience aléatoire, résous chacun des cas suivants

(1) Si P (A) =
$$\frac{1}{2}$$
, P (B) = $\frac{2}{3}$, P (A \cap B) = $\frac{1}{3}$ trouve P (A \cup B)

2 Si P (A) =
$$\frac{3}{8}$$
, P (B) = $\frac{1}{2}$, P (A U B) = $\frac{5}{8}$ trouve P (A \cap B)

3 Si P (A) =
$$\frac{1}{2}$$
, P (B) = $\frac{1}{3}$ trouve P (A U B) dans les deux cas suivants

$$\triangle$$
 P(A \cap B) = $\frac{1}{8}$

[2] Choisis la bonne réponse parmi les réponses proposées :

6	1	Si	A	et F	son	deux	événements	incompatibles,	alors F	1 (A	+ [il est	égal	à
40.0		11,	1 1	C. S. P.	SOLH	Cheny	CACHELLEUR	THEORITISACIONES,	THE LABOR TO	10.0	1	21 000	San Birth L.	H

Al de

BO

0.56

D

Si A ⊂ B , alors P (A ∪ B) est égal à:

A zéro

B PIA

P (B)

P(A f) B)

Si on jette une pièce de monnaie non pipée une seule fois, alors la probabilité d'avoir pile ou face est égale à

A 0 %

B 25 %

50 %

D 100%

Si on jette un dé une seule fois, alors la probabilité d'obtenir un nombre pair et un nombre impair à la fois est égale à

M 0

 $\frac{B}{2}$

C 3

D .

[3]

Une boîte contient 12 boules parmi lesquelles 5 sont bleues, 4 sont rouges et les autres boules sont blanches. On tire une boule au hasard. Calcule la probabilité que la boule tirée soit :

■ bleue

B non rouge

bleue ou rouge

Un sac contient 20 cartes identiques numérotées de 1 à 20. On tire une carte au hasard. Calcule la probabilité que le nombre inscrit sur la carte tirée soit :

a nu nomber divisible par 5.

u nu nomber impair et divisible par 5.

3 Si P (B) = $\frac{1}{12}$, P (A U B) = $\frac{1}{3}$

trouve P (A) dans les deux cas suivants :

A et B sont deux événements incompatibles

BBCA

Parmi 20 cartes identiques numérotées de 1 à 20, on tire une carte au hasard. Calcule la probabilité que le nombre inscrit sur la carte tirée soit :

- divisible par 3
- divisible par 5.
- divisible par 3 et divisible par 5.
- divisible par 3 ou divisible par 5.



Evénement complémentaire et différence de deux événements



- La notion de l'événement complémentaire.
- ☆ La notion de la différence de deux événements.

Expressions de base :

 ☆ événement complémentaire
 ☆ différence de deux événements

Réfléchis et discute

Dans le diagramme de Venn ci-contre :

Si E est l'ensemble référentiel et, A ⊂ E, alors le complémentaire de l'ensemble A est A'



- AU A' = et A ∩ A' =
- 2 Si E = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} A = {2, 4, 6} then: A' = {......}.

Par exemple, on tire au hasard une boule d'une boîte qui contient 7 boules identiques numérotées de 1 à 7 et on observe le nombre inscrit sur cette boule $A = \{2, 4, 6\}$

L'événement A' : « la boule tirée porte un nombre impair »

où A'= [1, 3, 5, 7] est un événement complémentaire à l'événement A.

Evénement complémentaire :

L'événement complémentaire à l'événement A est A'. C'est la non réalisation de l'événement A.

Donc : Si A⊂ E , alors A'est l'événement complémentaire à l'événement A.

On a
$$A \cup A' = E$$
 , $A \cap A' = \phi$

un événement et son événement complémentaire sont incompatibles.

Soit E l'espace des éventualités d'une expérience aléatoire, $A \subset E$, A' est l'événement complémentaire de A et $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Complète le tableau suivant et note tes remarques.

Complète le tableau suivant et note tes remarques

événement A	événement A'	P (A)	P (A')	P (A) + P (A')
(2, 4, 6)	<u></u>			
	{3, 6}			
{5} .				
{1, 2, 3, 4, 5, 6}				

Du tableau précédent, on remarque que P(A) + P(A) = 1 donc: P(A) = 1 - P(A), P(A) = 1 - P(A)

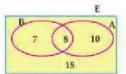
Remarque: $P(A) + P(A^{T} = P(S) = 1$



- Dans une classe, il y a 40 élèves parmi lesquels, 18 élèves lisent le journal Al Akhbar, 15 élèves lisent le journal Al Ahram et 8 élèves lisent les deux journaux. On choisit au hasard un élève de la classe. Calcule la probabilité que l'élève choisi :
 - Mise le journal Al Akhbar.
- ne lise pas le journal Al Akhbar.
- sise le journal Al Ahram.
- Dise les deux journaux.

Solution

Soient A l'événement : « lire le journal Al Akhbar » et B l'événement : « lire le journal Al Ahram »



Donc A ∩ B Rreprésente l'événement « lire les deux journaux »

card (E) = 40 , card (A) = 18 , card (B) = 15 , card (A
$$\cap$$
 B) = 8

Pour l'événement A : « lire le journal Al Akhbar », on a =
$$\frac{\text{Card (A)}}{\text{Card (S)}} = \frac{18}{40} = \frac{9}{20}$$

L'événement : « ne pas lire le journal Al Akhbar » est un événement complémentaire à l'événement A. C'est donc l'événement A.

$$\therefore P(A') = \frac{Card A'}{Card (E)} = \frac{15 + 7}{40} = \frac{22}{40} = \frac{11}{20}$$

Autre solution
$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{9}{20} = \frac{11}{20}$$

Pour l'événement B : « lire le journal Al Ahram », on a P (B) =
$$\frac{\text{Card (B)}}{\text{Card (E)}} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$$

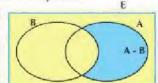
■ event A ∩ B représente l'événement « lire les deux journaux »r

$$\therefore P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{8}{40} = \frac{1}{5}$$



Reflèchis: Est-ce que l'événement « lire le journal Al Akhbar » a le même sens que l'événement « lire seulement le journal Al Akhbar » ? Justifie ta réponse.

On remarque que : l'événement « lire le journal Al Akhbar » est représenté dans le diagramme de Venn par l'ensemble A tandis que l'événement « lire seulement le journal Al Akhbar » signifie la lecture du journal Al Akhbar et ne pas lire d'autres journaux. Cet événement est représenté par l'ensemble A – B qui se lit « A différence B ».



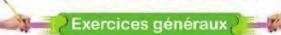
Différence de deux événements :

Soient A et B deux événements d'un espace des éventualités E.A-B est l'événement de la réalisation de A et la non réalisation de B. Donc c'est l'événement de la réalisation de A seulement.

On remarque que : $(A - B) \cup (A \cap B) = A$

Pour t'entraîner : Dans l'exemple précédent, trouve :

- 1 la probabilité que l'élève lise le journal Al Akhbar seulement.
- 2 la probabilité que l'élève lise le journal Al Ahram seulement.
- (3) la probabilité que l'élève lise le journal Al Akhbar seulement ou Al Ahram seulement.



- 1 On mélange 30 cartes identiques numérotées de 1 à 30 puis on tire une carte au hasard. Calcula la probabilité que la carte tirée porte un nombre :
 - Multiple de 6.

B multiple de 8.

multiple de 6 et de 8

- umultiple de 6 ou de 8.
- Soient A et B deux événements de l'espace des éventualités d'une expérience aléatoire. La probabilité de la réalisation de l'événement B est égale au triple de la probabilité de la réalisation de l'événement A et la probabilité de la réalisation de l'un au moins des deux événements est égale à 0,64. Calcule et la probabilité de la réalisation de chacun des deux événements A et B.
- Soient A et B deux événements de l'espace des éventualités d'une expérience aléatoire. Si P(A) = 0,5 , P (A ∪ B) = 0,8 and P (B) = X. Trouve la valeur de x.
 - A, and B are two mutually exclusive events.
- **B** P (A ∩ B) = 0.1
- Avec un dé pipé, la probabilité de l'apparition de chacun des nombres 1, 2, 3, 4 et 5 est la même mais la probabilité de l'apparition du nombre 6 est le triple de la probabilité de l'apparition du nombre 1 ? On lance ce dé une seule fois. Calcule et la probabilité de :
 - l'apparition d'un nombre impair premier
 - B l'apparition d'un nombre impair premier
- [5] Trois joueurs A, B et C ont participé à une compétition d'haltérophilie. Si la probabilité que le joueur A gagne est le double de la probabilité que le joueur B gagne et la probabilité que le joueur B gagne est égale à la probabilité que le joueur C gagne. Quelle est la probabilité que le joueur B ou le joueur C gagne sachant qu'un seul joueur gagne la compétition?
- Soit E l'espace des éventualités d'une expérience aléatoire dont tous les événements ont les mêmes possibilités. A et B sont deux événements de E. Le nombre de résultats permettant de réaliser l'événement A est 13 et le nombre de tous les résultats possibles de l'expérience aléatoire est 24. Si P (A ∪ B) = ⁵/₆, P (B) = ⁵/₁₂ trouve la probabilité de la réalisation:
 - de l'événement A.
- B des deux événements A et B simultanément.

- 7 45 élèves d'une école participent à des activités sportives parmi lesquels, 27 élèves participent au football, 15 élèves participent au basket-ball et 9 élèves participent au football et au basket-ball. On choisit l'un de ces élèves au hasard. Trouve la probabilité que l'élève choisi :
- participe au basket-ball.
- sparticipe au football et au basket-ball.
- ne participe à aucune activité sportive.

Activité de l'unité



Dans le cadre d'une étude, on a choisi au hasard 6000 cas de naissance dans un gouvernorat. Les chercheurs se sont intéressés à la relation entre l'âge de la maman au moment de la naissance du bébé et son habitat. Le nombre de naissances dans l'urbain et le rural est indiqué dans le tableau suivant :

When do la service	Habitat			
Ľâge de la maman	urbain	rural		
Moins que 20 ans	120	240		
De 20 ans à moins de 22 ans	240	360		
De 22 ans à moins de 30 ans	1740	1440		
30 ans ou plus	1500	360		



- Des données de la figure, que peux-tu conclure ?
- 2 Si l'événement A désigne une mère qui habite dans une zone urbaine et si l'événement B désigne une mère dont l'âge ne dépasse pas 22 ans, trouve :
 - △ P (A)

- B P (B)
- 3 Représente les deux ensembles A et B par un diagramme de Venn puis trouve :
 - A P(A n B)
- B P(AUB)
- P(A B)
- P (AUB)
- 4 Donne une estimation du nombre de nombre de naissances si la mère habite dans une zone urbaine et a 30 ans ou plus sachant que le nombre de cas de naissances est 9000 dans le gouvernorat.
- Ecris un rapport sur le taux de l'augmentation de la population et ses effets négatifs sur le revenu national et le rôle que les médias doivent jouer pour réduire l'impact de ce phénomène.



🥊 Epreuve de l'unité 🚈



[1] Complète ce qui suit :

- 👔 Si la probabilité de la réalisation d'un événement. A lest 65 %, alors la probabilité de la non réalisation de A est égal à
- Si $P(A) = P(A^*)$, alors P(A) =
- 3 Soient A et B deux événements incompatibles. Si P (A) = $\frac{1}{3}$ et P (A U B) = $\frac{7}{12}$ alors P (B) =
- Soient A et B deux événements de l'espace des éventualités d'une expérience aléatoire. Si P (A) = 0.7 et P (A - B) = 0.5, alors P (A \cap B) =

[2]

- 👔 Une boîte contient 20 boules de même volume et de même poids parmi lesquelles, 8 sont rouges, 7 sont blanches et les autres boules sont noires. On tire au hasard l'une de ces boules. Trouve la probabilité que la boule tirée soit :
- blanche ou verte
- non blanche
- Un sac contient 30 cartes identiques numérotées de 1 à 30. On tire au hasard une carte. Trouve la probabilité que la carte tirée porte un nombre :
 - divisible par 3.
- divisible par 5.
- divisible par 3 et par 5. Divisible par 3 ou par 5.
- Soient A et B deux événements de l'espace des éventualités d'une expérience aléatoire. Si P (A) = 0,8; P (B) = 0,7 et P (A \cap B) = 0,6, trouve:
 - la probabilité de la non réalisation de l'événement A.
 - la probabilité de la réalisation de l'un au moins des deux événements.



Géométrie Unité (4): Le cercle





Les conducteurs de voitures doivent bien connaître le code de la route et distinguer les différents signes.

En t'aidant des différentes ressources d'informations (Les offices de la gestion du trafic – la bibliothèque – l'internet –) fais une recherche sur le code de la route et la signalisation routière.







Définitions et notions de base



- Les notions de base concernant le cercle
- La notion de l'axe de symétrie d'un cercle

Expressions de base :

- r cercle
- surface d'un cercle
- rayon d'un cercle
- orde
- diamètre d'un cercle
- axe de symétrie d'un cercle

Réfléchis et discute :

Youssef a exécuté le programme Google Earth, sur son ordinateur pour étudier la géographie de l'Egypte. Youssef a noté la présence de certains espaces verts circulaires près des zones désertiques. Il a posé des



questions à son père concernant ces zones.

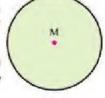
Son père lui a dit : Tu sais qu'une goute d'eau est source de vie. Pour cela, on rationalise la consommation de l'eau en irriguant la terre par la méthode de l'irrigation sur pivot central (irrigation par arrosage). Dans cette méthode, les roues de la machine tournent autour d'un point fixe en tracant des cercles

- Comment peux-tu tracer le cercle central d'un terrain de football?
- Quel rôle peux-tu jouer pour rationnaliser la consommation de l'eau?

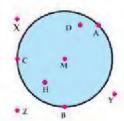
Le cercle est un ensemble de points du plan qui se trouvent à une distance fixe d'un point fixe du plan. Le point fixe est appelé « le centre du cercle » et la distance fixe est appelée « le rayon du cercle ».

Habituellement, on appelle un cercle par son centre. Dire « un cercle M » signifie que le cercle a pour centre M comme dans la figure ci-contre.

Un cercle dans le plan partage les points du plan en trois ensembles de points comme dans la figure ci-contre. Ces trois ensembles sont :



- 1 L'ensemble des points situés à l'intérieur du cercle comme les points M, D, H,
- 2 L'ensemble des points du cercle comme les points A, B, C,

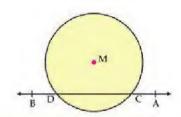


La surface d'un cercle : L'ensemble des points situés à l'intérieur du cercle, L'ensemble des points du cercle.



Dans la figure ci-contre, complète :

- 1 AB ∩ le cercle M =
- 2 AB ∩ la surface du cercle M =
- M ∉ au cercle M mais M ∈

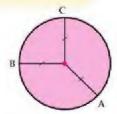


Le rayon d'un cercle : c'est un segment ayant pour extrémités le centre du cercle et un point du cercle

Dans la figure ci-contre, MA, MB, MC sont des rayons du cercle M où

MA = MB = MC = la longueur du rayon du cercle (r)

Si les rayons de deux cercles ont la même longueur, les deux cercles sont superposables

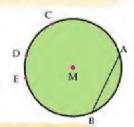


Une corde d'un cercle : c'est un segment ayant pour extrémités deux points du cercle



Dans la figure ci-contre :

Trace toutes les cordes du cercle ayant pour extrémités deux des points A, B, C, D et E.



Un diamètre d'un cercle : c'est une corde qui passe par le centre du cercle

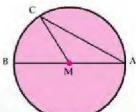
Pour t'entraîner :

- Dans la figure précédente, laquelle des cordes est un diamètre du cercle M?
- Quel est le nombre de diamètres d'un cercle ?
- Pour démontrer qu'un diamètre d'un cercle est la plus longue corde, complète :

Dans le triangle A M C : AM + MC >

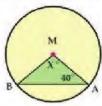
Dans le cercle M : CM = BM (rayons)

Donc AM + > ∴ AB >

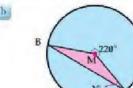


- Si la longueur du rayon d'un cercle = r, alors la longueur d'un diamètre du cercle =, le périmètre du cercle = et l'aire du cercle =
- Sons chacune des figures suivantes, trouve la valeur du symbole désignant la mesure de l'angle :

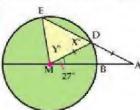
al



X = ,.....

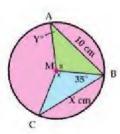


Y =



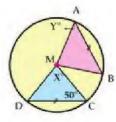
Y =

d



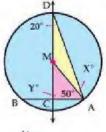
X =, Y =





X =, Y =





X = Y = ...,.....

Example 1

Dans la figure ci-contre : \overline{AB} est un diamètre du cercle M. \overline{BA} \cap \overline{DC} = {N}. $\overrightarrow{Demontre}$ que : NB > ND.

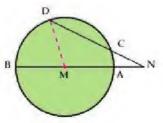
Solution

On trace le rayon \overline{MD} , Dans le triangle N M D : MN+MD>ND

(rayons)

- ∀ M B = M D
- : MN+MB>ND
- · NB>ND

(ce qu'il fallait démontrer)



Pour t'entraîner :

Dans l'exemple précédent, démontre que N C > N A.

Symétrie dans un cercle :

Activité 1

- 1 A l'aide d'un compas, trace un cercle M sur un papier calque.
- 2 Trace une droite L, passant par le centre du cercle qui le coupe L, en deux arcs.
- Plie le papier le long de la droite L, Que remarques-tu?
- Trace une autre droite L₃ passant par le centre du cercle, puis plie le papier le long de cette droite. Répète la dernière étape en traçant les droites L₃, L₄, Que remarques-tu-dans chaque cas ?

De l'activité précédente, on déduit que :

Toute droite passant par le centre d'un cercle est un axe de symétrie du cercle.

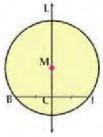


Réfléchis: Quel est le nombre d'axes de symétries d'un cercle ?

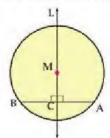
Activité 2

Observe chacune des figures suivantes (utilise les données de chaque figure). Que conclues-tu ?

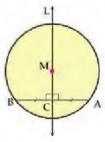
1



2



3



Conclusion :

Conclusion:

Conclusion:

- De 1
- La droite passant par le centre d'un cercle et par le milieu d'une corde est perpendiculaire à cette corde.

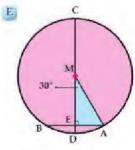


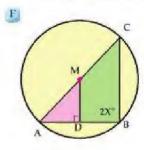
- De 2
- La droite passant par le centre d'un cercle et perpendiculaire à une corde passe par le milieu de cette corde.
- De 3
- La droite passant par le milieu d'une corde d'un cercle et perpendiculaire à cette corde, passe par le centre du cercle.

Pour t'entraîner :

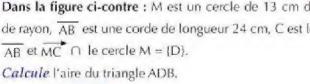
Dans chacune des figures suivantes, M est un cercle. Complète :

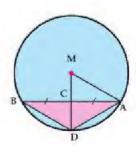






Dans la figure ci-contre : M est un cercle de 13 cm de longueur de rayon, AB est une corde de longueur 24 cm, C est le milieu de \overline{AB} et \overline{MC} \cap le cercle $M = \{D\}$.

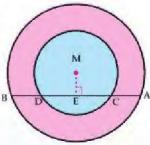






Exemple 2

La figure ci-contre représente deux cercles concentriques de centre M, AB est une corde du grand cercle qui coupe le petit cercle en C et D. Démontre que AC = BD.



- Solution

Hypothèses: AB ∩ le petit cercle = {C, D}

Conclusion: AC=BD

Construction: On trace ME L AB qui le coupe en E.

Démonstration : Dans le grand cercle ME 1 AB : EA = EB (1) (Corollaire)

Dans le petit cercle ME \perp CD \therefore E C = E D (2) (Corollaire)

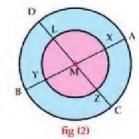
De (1) et (2):

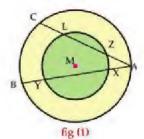
EA - EC = EB - ED $\therefore AC = BD$ (ce qu'il fallait démontrer)



Dans les figures

ci-contre, cité tous les segments ayant des longueurs égales. Justifie ta réponse.







Exemple 3

Dans la figure M est un cercle, AB // CD et X est le milieu de AB.

On trace XM qui coupe CD en Y. Démontre que :Y est le milieu de CD

Solution

Hypothèses: $\overline{AB} // \overline{CD}$, AX = BX

Conclusion: CY = DY

Démonstration : ∵ X est le milieu de AB ∴ MX ⊥ AB

∴ AB $/\!/$ CD , XY est une sécante ∴ m (∠ DY X) = m (∠ A XY) = 90 ° alternes internes

∴ MY 1 CD
∴ Y est le milieu de CD. (Ce qu'il fallcit démontrer)



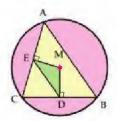
AB et CD sont deux cordes parallèles d'un cercle M, AB = 12 cm et CD = 16 cm. Trouve la distance entre ces deux cordes sachant que la longueur de rayon du cercle M est 10 cm. Y a-t-il d'autres réponses ? Explique ta réponse.



Réfléchis: Si AB et CD sont deux cordes d'un cercle où AB > CD, laquelle des deux cordes est la plus proche du centre du cercle ? Explique ta réponse.

Exemple 4

Dans la figure ci-contre : ABC est un triangle inscrit dans un cercle de centre M. $\overline{\text{MD}} \perp \overline{\text{BC}}$, $\overline{\text{ME}} \perp \overline{\text{AC}}$.



Démontre que : 1) ED // AB

2) Le périmètre du
$$\triangle$$
 C D E = $\frac{1}{2}$ Le périmètre du \triangle A B C

· Solution ·

Hypothèses: MD 1 BC et ME 1 AC

Conclusion: 1) ED # AB

2) Le périmètre du
$$\triangle$$
 C D E = $\frac{1}{2}$ Le périmètre du \triangle A B C

Démonstration :

Dans le AABC, Dest le milieu de BC et Eest le milieu de AC

$$D E = \frac{1}{2} AB$$
 (3)

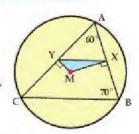
2) De (1), (2), (3);

Le périmètre du
$$\triangle$$
 C D E = C D + C E + E D = $\frac{1}{2}$ C B + $\frac{1}{2}$ AC + $\frac{1}{2}$ A B = $\frac{1}{2}$ (C B + A C + A B) = $\frac{1}{2}$ du périmètre du \triangle A B C

Pour t'entraîner :

Dans la figure ci-contre : M est un cercle, $\overline{MX} \perp \overline{AB}$, $\overline{MY} \perp \overline{AC}$, m ($\angle A$) = 60°, m ($\angle B$) = 70°.

Trouve les mesures des angles du triangle MXY.

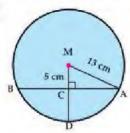




Exercices (4-1)

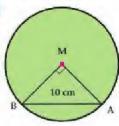


Dans chacune des figures suivantes, M est un cercle. Complète :

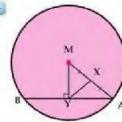


A B =

C D =

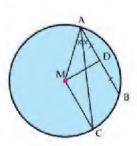


m (∠ A) = M A =

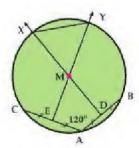


 $XY = 7 \text{ cm}, (\pi = \frac{22}{7})$ L'aire du cercle = cm²

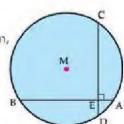
Dans la figure ci-contre : AB est une corde du cercle M, AC est une bissectrice de ∠ B A M qui coupe le cercle M en C. Si D est le milieu de AB, démontre que DM 1 CM.



3 Dans la figure ci-contre : AB et AC sont deux cordes d'un cercle de centre M formant entre elles un angle de mesure 120°, Det Esont les milieux de AB et AC respectivement. On trace. DM et EM qui coupent le cercle en X et Y respectivement. Démontre que le triangle XYM est équilatéral.



Dans la figure ci-contre : M est un cercle de longueur de rayon 7 cm, AB et CD sont deux cordes perpendiculaires qui se coupent en E. Si AB = 12 cm et CD = 10 cm, trouve la longueur de ME.





Positions relatives d'un point et d'une droite par rapport à un cercle.



déterminer la position

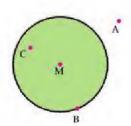
- déterminer la position d'un point par rapport à un cercle
- déterminer la position d'une droite par rapport à un cercle
- déterminer la relation entre la tangente et le rayon d'un cercle
- déterminer la position d'un cercle par rapport à un autre cercle
- relation entre la droite des centres de deux cercles, la corde commune et la tangente commune

[1] Position d'un point par rapport à un cercle :

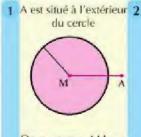
Réfléchis et discute :

Dans la figure ci-contre, le cercle M partage les points du plan en trois ensembles de points.

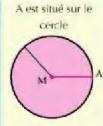
- Comment peut-on déterminer la position des points A, β et C par rapport au cercle ?
- Quelle relation existe-il entre (MA , r), (MB , r) et (MC , r)?



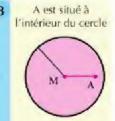
Si M est un cercle de longueur de rayon $\, r \,$ et si A est un point du plan du cercle, alors :



Dans ce cas, MA > r La réciproque est vraie.



Dans ce cas, MA = r La réciproque est vraie.



Dans ce cas, MA < r La réciproque est vraie.

Expressions de base :

- un point à l'extérieur du cercle
- n point du cercle
- un point à l'intérieur du cercle
- the deux cercles disjoints
- ☆ deux cercles sécants
- r deux cercles tangents
- tangente commune
- droite des centres
- ☆ corde commune

172		۰
639		
-	12	
HOUSE	t'entraîner	٠

Soit M un cercle de longueur de rayon 4 cm. A est un point du plan du cercle. Complète :

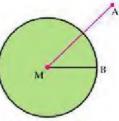
- Si MA = 4 cm, alors A est situé cercle M car
- 2 Si MA = $2\sqrt{3}$ cm, alors A est situé cercle M car
- 3 Si MA = $3\sqrt{2}$ cm, alors A est situé cercle M car





Soit M un cercle de longueur de rayon 5 cm. A est point du plan du cercle, MA = (2x - 3) centimètres. Trouve les valeurs de x sachant que A est situé à l'extérieur du cercle.

- Solution
- ∴ le point A est situé à l'extérieur du cercle ∴ MA > 5 d'où 2X 3 > 5







Dans l'exemple précédent, trouve les valeurs de x dans chacun des cas suivants :

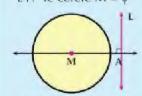
- MA = 2x + 1 et A est un point du cercle.
- MA = 8x 27 et A est un point à l'intérieur du cercle.

[2] Position d'une droite par rapport à un cercle:

Soit M un cercle de rayon de longueur r. Si L est une droite du plan tel que MA = L où

MA \cap L = {A}, alors

La droite L est extérieure au cercle M. L∩ le cercle M = ø

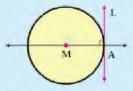


Dans ce cas : MA > r La réciproque est vraie La droite L coupe le cercle M

L \cap le cercle M = {C, D}



Dans ce cas : MA < r La réciproque est vraie. La droite L est tangente au cercle M L N le cercle = {A}



Dans ce cas : MA = r La réciproque est vraie.



Réfléchis: Dans chacun des cas précédents, trouve L∩ la surface du cercle M

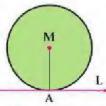
Pour t'entraîner :

Soit M un cercle de rayon de longueur 7 cm. Si MA ⊥ L où A ∈ L. Complète:

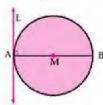
- \bigcirc Si MA = 4 $\sqrt{3}$ cm, alors la droite L
- 2 Si MA = $3\sqrt{7}$ cm, alors la droite L
- 3 Si 2 MA 5 = 9, alors la droite L
- Si la droite L est une tangente au cercle M et $MA = x^2 2$, alors $x \in ...$



La tangente à un cercle est perpendiculaire au rayon du cercle qui passe par le point de contact.



La droite perpendiculaire à un diamètre d'un cercle en l'une de ses extrémités est une tangente au cercle.



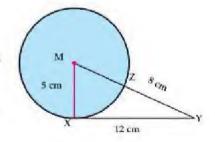


- 1) Combien de tangentes peut-on tracer au cercle M? a) d'un point donné du cercle. b) d'un point donné à l'extérieur du cercle.
- 2 Quelle relation existe-il entre les deux tangentes tracées aux deux extrémités d'un diamètre d'un cercle ?

Example 2

Dans la figure ci-contre, M est un cercle de longueur de rayon 5 cm, XY = 12 cm, $MY \cap Ie$ cercle $M = \{Z\}$ et ZY = 8 cm.

Démontre que : XY est une tangente au cercle M au point X.



" MY
$$\cap$$
 le cercle $M = \{Z\}$

$$\therefore$$
 MY = MZ + ZY

$$\therefore$$
 M Z = M X = 5 cm (rayons)

$$MY = 5 + 8 = 13 \text{ cm}$$

$$MY)^2 = (13)^2 = 169$$

$$(M \times)^2 = (5)^2 = 25$$

$$(M X)^2 = (5)^2 = 25$$
 $(X Y)^2 = (12)^2 = 144$

$$\therefore$$
 (MX)² + (XY)² = 25 + 144 = 169 = (MY)²

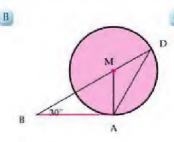
$$\therefore$$
 m (\angle M XY) = 90°

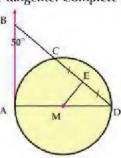
(réciproque du théorème de Pythagore)



Dans chacune des figures suivantes, M est un cercle et AB , une tangente. Complète :

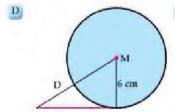
AM M

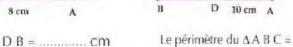


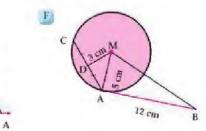


$$m (\angle A M B) =$$

$$m (\angle ADB) = \dots$$



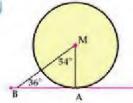


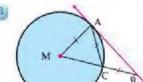


Le périmètre de la figure A B M D = cm

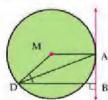
Dans chacune des figures suivantes, explique pourquoi AB est une tangente au cercle M:

A





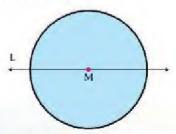




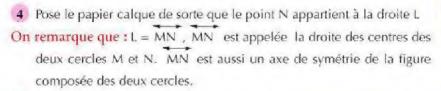
[3] Position d'un cercle par rapport à un autre cercle :

Activité

- Trace un cercle de centre M et de rayon de longueur convenable = r₁ cm.
- 2 Trace un axe de symétrie I. du cercle M comme le montre la figure ci-contre.

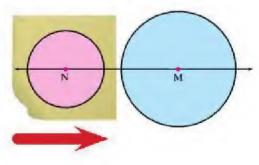


Sur un papier calque : Trace un cercle de centre N et de longueur de rayon convenable = r₂ cm où r₂ < r₁.





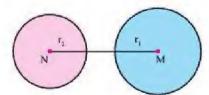
Déplace le papier calque vers le cercle en gardant le point N sur la droite L pour voir des positions différentes de l'un des deux cercles par rapport à l'autre. Mesure la longueur de MN dans chaque cas. Quelle est la relation entre la longueur de MN (la distance entre les centre des deux cercle M et N), r₁ + r₂ ou r₁ - r₂ dans chaque position

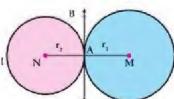


Pour t'entraîner :

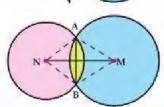
Soient M et N deux cercles d'un même plan de longueurs de rayons respectives ${\bf r_1}$ et ${\bf r_2}$ où ${\bf r_1}$ > ${\bf r_2}$. Complète :

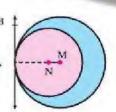
Si MN > r, + r, alors M ∩ N =, La surface de M ∩ la surface de N = Dans ce cas, les deux cercles sont disjoints extérieurement.

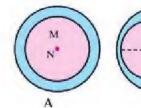




Si r₁ - r₂ < M N < r₁ + r₂ alors M ∩ N =,</p>
La surface de M ∩ la surface de N = la surface de la région Verte. Dans ce cas, les deux cercles sont sécants.









- La droite des centres de deux cercles tangents passe par le point de contact et est perpendiculaire à la tangente commune.
- La droite des centres de deux cercles sécants est perpendiculaire à la corde commune et passe par son milieu.



Example 3

Soient M et N deux cercles de longueurs de rayons respectives 9 cm et 4 cm. Détermine la position de chaque cercle par rapport à l'autre dans chacun des cas suivants :

$$MN = 13 \text{ cm}$$

B)
$$MN = 5 cm$$

$$\bigcirc$$
 MN = 3 cm

$$\mathbf{E}$$
 MN = 10 cm

$$IM N = 15 cm$$

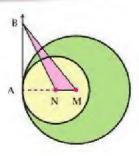
Solution

$$r_1 = 9 \text{ cm}, r_2 = 4 \text{ cm}$$
 $r_1 + r_2 = 13 \text{ cm}$ et $r_1 - r_2 = 5 \text{ cm}$

- MN = 13 cm $∴ MN = r_1 + r_2$ ∴ les deux cercles sont tangents extérieurement.
- B M N = 5 cm ∴ M N = r_1 ·· les deux cercles sont tangents intérieurement.
- MN = 3 cm $\therefore MN < r_1 r_2, MN \neq 0 \therefore$ les deux cercles sont disjoints intérieurement
- M N = 0 ∴ les deux cercles sont concentriques
- B M N = 10 cm ∴ $r_1 r_2 < M N < r_1 + r_2$ ∴ les deux cercles sont sécants
- M N = 15 cm \cdot M N > $r_1 + r_2$ \cdot les deux cercles sont disjoints extérieurement.



Soient M et N deux cercles tangents intérieurement en A, de longueurs de rayons respectives 10 cm et 6 cm. AB est une tangente commune en A. Si l'aire du triangle B M N = 24 cm², trouve la longueur de AB. Solution .



- Les deux cercles sont tangents intérieurement en A
- AE MN et MN 1 AB

Donc AB est la longueur de la hauteur du triangle BMN correspondant à la base MN

où
$$MN = 10 - 6 = 4 \text{ cm}$$

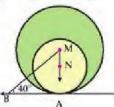
L'aire du
$$\triangle$$
 B M N = $\frac{1}{2}$ × M N × A B \therefore 24 = $\frac{1}{2}$ × 4 × A B \therefore A B = 12 cm

$$\therefore 24 = \frac{1}{2} \times 4 \times AB$$

Pour t'entraîner:

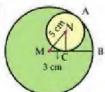
Dans chacune des figures suivantes, les deux cercles sont tangents. A l'aide des données de chaque figure, complète :





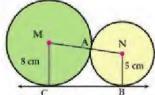
 $m (\angle BMN) =$





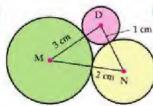
B C = cm



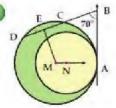


B C = cm

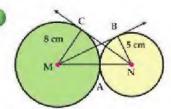




m (∠M D N) =°



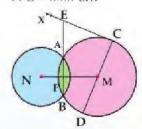
m (∠ E M N) =°



M B = cm,N C = cm

Example 5

M et N sont deux cercles sécants en A et B, CD est un diamètre du cercle M. \overrightarrow{CX} est tangente au cercle M en C. $\overrightarrow{CX} \cap \overrightarrow{BA} = \{E\}$, $MN \cap AB = \{F\}$. Démontre que : $m(\angle DMN) = m(\angle CEB)$.



Solution

Hypothèses : Le cercle M ∩ le cercle N = {A, B}, CD est un diamètre du cercle, CX est une tangente au cercle M.

Conclusion: Démontre que : m (DMN) = m (CEB).

Démonstration: La droite des centres de deux cercles sécants est perpendiculaire à la corde commune.

$$\therefore$$
 MN \perp AB i.e m(\angle A F M) = 90°

CD est un diamètre du cercle M et CX est une tangente au cercle M en C

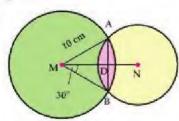
$$m (\angle CEF) + m(\angle CMF) = 360^{\circ} - (90^{\circ} + 90^{\circ}) = 180^{\circ} (Pourquoi?)$$

$$m (\angle DMN) = m (\angle CEF)$$
 (Ce qu'il fallait démontrer)

Pour t'entraîner :

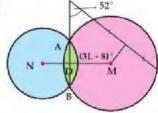
1 Dans chacune des figures suivantes, M et N sont deux cercles sécants en A et B. Complète:





A B = cm





L =

Remarque que:

Dans le triangle ABC rectangle en A, si on trace AD LBC, alors:

$$(A B)^2 = B D \times B C$$

(théorème d'Euclide)

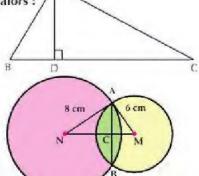
$$, (A D)^2 = D B \times D C$$

(corollaire)

$$AD \times BC = AB \times AC$$

Pourquoi?

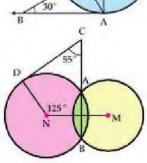
Dans la figure ci-contre : M et N sont deux cercles sécants en A et B, MN ∩ AB = {C}, A M = 6 cm. A N = 8 cm et MA ⊥ AN.
Trouve la longueur de AB.





- Complète ce qui suit :
 - Si la longueur d'un diamètre d'un cercle est 8 cm et si L est une droite qui se trouve à une distance 4 cm du centre du cercle, alors L est
 - Si la surface d'un cercle M ∩ la surface d'un cercle N = {A}, alors les deux cercles sont
 - Si M et N sont deux cercles sécants de longueurs de rayons respectives 3 cm et 4 cm, alors MN ∈
 - Si l'aire d'un cercle $M = 16\pi$ cm² et si A est un point de son plan tel que MA = 8 cm, alors A cercle M
 - Si M est un cercle de longueur de diamètre 6 cm et L est une droite extérieure au cercle, alors la distance entre le centre du cercle et la droite L ∈
 - Si un cercle a pour longueur de diamètre (2x + 5) cm et L est une droite distante de (x + 2) cm du centre du cercle, alors la droite L est
- Dans la figure ci-contre, M et N sont deux cercles sécants en A et B ayant pour longueurs de rayons 8 cm et 6 cm respectivement et XY = 4 cm. Observe la figure, puis réponds aux questions suivantes :
 - <u>∧</u> Complète :Y M = cm , C X = cm et C D = cm
 - Est-ce que le périmètre du triangle ANM = la longueur de CD ? Justifie ta réponse.
 - Quelle est la mesure de l'angle NAM
 - Trouve l'aire du triangle NAM.
 - Quelle est la longueur de la corde commune AB?
- Oans la figure ci-contre : AB est une tangente au cercle en A, MA = B cm et m (∠ A B M) = 30°. Trouve la longueur de AB et AC
- Dans la figure ci-contre : M et N sont deux cercles sécants en A et B. C ∈ BA , D ∈ cercle N, m(∠ MND) = 125 ° et m(∠ B C D) = 55°. Démontre que CD est une tangente au cercle N en D.
- AB est un diamètre du cercle M , AC , BD , sont tangentes au cercle M, CM coupe le cercle M en X et Y et BD en E. Démontre que C X = Y E.
- 6 M et N sont deux cercles sécants en A et B, MA = 12 cm, NA = 9 cm et MN = 15 cm.

 Trouve la longueur de AB.



Détermination d'un cercle

Réfléchis et discute

- Pourquoi utilise-t-on le compas pour tracer un cercle?
- Quel est l'axe de symétrie d'un segment?
- Est-ce que le centre d'un cercle appartient toujours à la médiatrice d'une corde quelconque ?
- Comment peut-on dessiner (déterminer) un cercle dans un plan?

Nous pouvons dessiner (déterminer) un cercle dans des conditions données en connaissant :

1 le centre du cercle. 2 la longueur de son rayon.

[1]: Tracer un cercle passant par un point donné:

Hypothèses: A est un point donné d'un plan.

Conclusion: Tracer un cercle passant par A.

Construction:

- 👔 Choisis un point M du plan .
- 2 Mets la pointe sèche du compas en M avec un écartement équivalent à MA puis trace le cercle M. Tu trouves que le cercle M passe par le point A.
- Mets la pointe sèche du compas en un autre point M₁ avec un écartement équivalent à MA puis trace le cercle M₁. Tu trouves que le cercle M passe par le point A.
- Répète le travail précédent en choisissant d'autres points.

Remarque que: Pour tout point choisi comme centre du cercle, on peut tracer un seul cercle passant par A.



M. .

M, "



A apprendre

- Comment tracer un cercle passant par un point donné.
- Comment tracer un cercle passant par deux points donnés.
- Comment tracer un cercle passant par trois points donnés.



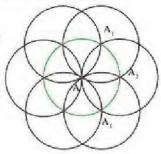
☆ Cercle circonscrit à un triangle



- Combien y a-t-il de points dans un plan ? Quel est le nombre de cercles qu'on peut tracer passant par le point A ?
- Si les rayons de ces cercles sont de même longueur, où se trouvent leurs centres ?

De ce qui précède, on déduit que :

- On peut tracer une infinité de cercles passant par un point donné comme A.
- 2 Si les rayons de ces cercles sont de même longueur, leurs centres appartiennent à un même cercle de centre A, superposable à ces cercles.



Pour t'entraîner

Soit L une droite du plan. A est un point du plan où A ∈ L. En utilisant les instruments de la géométrie, trace un cercle passant par A de longueur de rayon 2 cm. Combien de cercles peux-tu tracer ? (N'efface pas les arcs).

[2] Tracer un cercle passant par deux points donnés:

Hypothèses: A et B sont deux points donnés d'un plan.

Conclusion: Tracer un cercle M passant par les deux points A et B (AB est une corde du cercle M).

Construction:

- Trace un segment AB.
- 2 Trace la droite L, médiatrice de AB où L ∩ AB = (F) (Le centre du cercle appartient à la médiatrice de la corde AB).
- 3 D'un point quelconque M de la droite L, trace un cercle de centre M et de rayon MA. Ce cercle passera par le point B.
- D'un autre point quelconque M, de la droite L, trace un cercle de centre M, et de rayon MA, Ce cercle passera aussi par le point B.
- 5 Répète le travail précédent en choisissant d'autres points et observe la figure obtenue :

Remarque que: Pour tout point choisi comme centre du cercle, on peut tracer un seul cercle passant par les deux points A et B

- Quel est le nombre de points de la droite L? Quel est le nombre de cercles qu'on peut tracer passant par les deux points A et B?
- Quelle est la longueur du rayon du plus petit cercle qu'on peut tracer passant par les deux points A et B?
- Deux cercles différents peuvent-ils se couper en plus de deux points ?



De ce qui précède, on déduit que :

- On peut tracer une infinité de cercles passant par deux points donnés comme A et B.
- 2 La longueur du rayon du plus petit cercle qu'on peut tracer passant par les deux points A et B est égale à $\frac{1}{2}$ AB.
- 3 Deux cercle différents ne peuvent pas se couper en plus que deux points.



Utilise les instruments géométriques pour tracer un segment AB de longueur 4 cm. Sur une même figure, trace:

- 👔 un cercle passant par les deux points A et B de longueur de diamètre 5 cm. Quel est le nombre de cercles possibles dans ce cas ?
- 📵 un cercle passant par les deux points A et B de longueur de diamètre 2 cm. Quel est le nombre de cercles possibles dans ce cas ?
- 🛐 un cercle passant par les deux points A et B de longueur de diamètre 3 cm. Quel est le nombre de cercles possibles dans ce cas ?

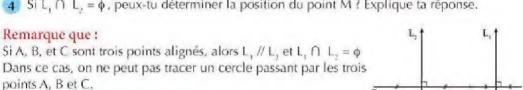
[3] Tracer un cercle passant par trois points donnés:

Hypothèses: A, B et C sont sont trois points donnés d'un plan.

Conclusion: Tracer un cercle M passant par les trois points A, B et C.



- Trace la droite L, médiatrice de AB. Donc M∈L,.
- 2 Trace la droite L, médiatrice de BC. Donc M∈L,.
- Si L, ∩ L, = {M}. Trace un cercle de centre M et de rayon MA. Ce cercle passera par les deux points A et B.
- 4 Si L, ∩ L, = φ, peux-tu déterminer la position du point M ? Explique ta réponse.



De ce qui précède, on déduit que :

Par trois points non alignés passe un et un seul cercle.



Utilise les instruments géométriques pour tracer un triangle ABC tel que AB = 4 cm, BC = 5 cm et CA = 6 cm, puis trace le cercle passant par les points A, B et C. Quelle est la nature de ce triangle par rapport à ses angles ? Où se trouve le centre du cercle par rapport au triangle ?

Résultats



Le cercle passant par les sommets d'un triangle est appelé «un cercle circonscrit au triangle .

On dit qu'un triangle est inscrit dans un cercle si les sommets du triangle sont situés sur le cercle.



Les médiatrices des côtés d'un triangle se coupent en un seul point qui est le centre du cercle circonscrit au triangle



Exercices (4-3)



- 1 Trace un triangle XY Z tel que XY = 5 cm, Y Z = 3 cm et Z X = 7 cm, puis trace le cercle circonscrit au triangle.
 - Quelle est la nature du triangle XY Z par rapport à ses angles ?
 - Où se trouve le centre du cercle par rapport au triangle ?
- Trace un triangle ABC rectangle en B tel que AB = 4 cm et BC = 3 cm puis trace le cercle circonscrit au triangle. Où se trouve le centre du cercle par rapport aux côtes du triangle?
- Trace un triangle équilatéral ABC de longueur de côté 4 cm, puis trace le cercle circonscrit au triangle ABC.
 - Détermine la position du centre du cercle par rapport aux : hauteurs du triangle médianes du triangle – bissectrices des angles du triangle.
 - Quel est le nombre d'axes de symétrie d'un triangle équilatéral?

Relation entre les cordes d'un cercle et son centre



A apprendre

Dans la figure ci-contre :

Réfléchis et discute

A est un point du cercle M. On trace les cordes

AB , AC , AD , AE et AF .

- Quelle est la relation entre la longueur d'une corde et la distance entre cette corde et le centre du cercle.
- Si deux cordes sont de même longueur, que peux-tu déduire ?
- 3 Si des cordes sont équidistantes du centre du cercle, à quoi peux-tu t'attendre?
- Déduire la relation entre les cordes d'un cercle et son centre
- Résoudre des problèmes sur la relation entre les cordes d'un cercle et son centre

Remarque que:

Dans le cercle M de longueur de rayon r, la distance de la corde \overline{AE} , au centre du cercle est MX où X est le milieu de \overline{AE}

On a : $(M X)^2 + (A X)^2 = (A M)^2 = r^2$ (constante)

centre un cerc

des cordes de même longueur

Expressions

de base :

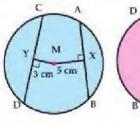
cercles superposables

Donc:

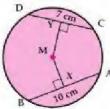
La corde la plus proche du centre a la plus grande longueur et réciproquement.

Pour t'entraîner :

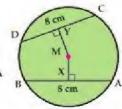
Complète en utilisant les signes (> , < ou =):</p>



A B C D



MX.....MY



M X MY

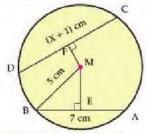
Dans la figure ci-contre, M F < M E. Complète :</p>

" MF<ME

∴ X + 1 >

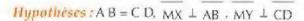
- \because CD est une corde du cercle M ∴ CD \leqslant

Donc: X ∈



Théorème

Dans un cercle, les cordes ayant la même longueur sont équidistantes du centre du cercle.



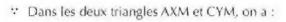
Conclusion: Démontre que M X = MY.

Construction: On trace MA, MC.

Démonstration:
$$\stackrel{\cdot}{\cdot}$$
 MX \perp AB $\stackrel{\cdot}{\cdot}$ AX = $\frac{1}{2}$ AB.

$$\therefore \overline{MY} \perp \overline{CD} \qquad \qquad \therefore CY = \frac{1}{2} CD.$$

$$AB = CD : AX = CY$$



$$\begin{cases} A M = C M \\ m (\angle A X M) = m (\angle CY M) = 90^{\circ} \\ A X = CY \end{cases}$$
 (démontré)



(Ce qu'il fallait démontrer)

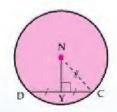


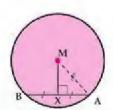
Dans les cercles superposables, les cordes ayant la même longueur sont équidistantes de leurs centres

Dans la figure ci-contre :

Les deux cercles M et N sont superposables, AB = CD,

$$\overline{MX} \perp \overline{AB}$$
, $\overline{NY} \perp \overline{CD}$. Démontre que $MX = NY$







Observe chaque figure puis complète :

A Si:

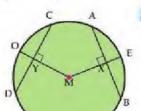
$$AB = CD$$

alors:

M X =....

∨ ME=.....

∴ EX=.....



B

Si:

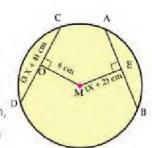
AB = CD

alors:

M E =....

∴ X =..... cm,

C D = cm



c Si:

$$AB = CD$$

alors:

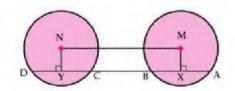
M X =....

Dans A M XY:

∀ m (∠ X MY) = 100°

∴ m(∠ M XY) =°





Si: M et N sont deux cercles superposables et AB = CD,

alors : MX =

et la figure MXYN



AB et AC sont deux cordes de même longueur dans un cercle M, X est le milieu de AB , MX coupe le cercle en D. MY \perp AC qui le coupe en Y et qui coupe le cercle en E.

100

Démontre que : [1]: X D = Y E.

[2]: $m(\angle YXB) = m(\angle XYC)$

Hypothèses: A B = A C, X est le milieu de AB, MY I AC



[1]:
$$XD = YE$$
 [2]: $m($

[2]:
$$m (\angle Y X B) = m (\angle XY C)$$

Démonstration : " X est le milieu de AB

$$AB = AC$$
, $MX \perp AB$, $MY \perp AC$ AC

$$A = MX = MY$$

Dans le
$$\Delta M XY \times M X = MY$$

$$\therefore m(\angle YXM) = m(\angle XYM) \tag{1}$$

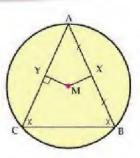
De (1) et (2) on a m (
$$\angle Y X B$$
) = m ($\angle XY C$)

Pour t'entraîner :

Dans la figure ci-contre : ABC est un triangle inscrit dans un cercle M tel que :

 $m (\angle B) = m (\angle C)$, X est le milieu de AB, MY \perp AC.

Démontre que : M X = MY



Réciproque du théorème

Dans un cercle (ou dans des cercles superposables), les cordes équidistantes du centre sont de même longueur.

Pour t'entraîner :

Observe chaque figure, puis complète :



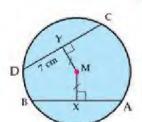
Si:

MX = MY et

YD = 7 cm

alors:

A B = cm



2

Si: ME=ME

alors:

C D =

∴ X =,

 $EM = \dots$ cm , $AM = \dots$ cm



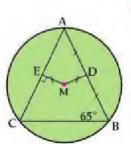
Si:

MD = MEet

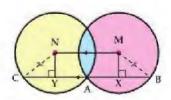
 $m (\angle B) = 65^{\circ},$

alors:

 $m(\angle A) = \dots$



4



- MN // BC
- ∴ MX =
- ✓ Les deux cercles M et N,

AEBC

∴ A B =



2 Soient deux cercles concentriques de centre M, AB est une corde du grand cercle qui coupe le petit cercle en C et D. AE est une corde du grand cercle qui coupe le petit cercle en Z et L

Si m(/ABE) = m(/AEB), démontre que : CD = ZL.



Hypothèses: $m (\angle ABE) = m (\angle AEB)$

Conclusion: Démontrer que C D = Z L

Construction: On trace MX 1 AB et MY 1 AE

Démonstration: Dans le triangle ABC: $m(\angle ABE) = m(\angle AEB)$ AB = AE.

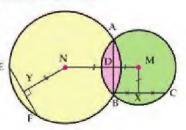
Dans le grand cercle, AB = AE. (démontré) : MX = MY (théorème)

: Dans le petit cercle MX = MY: (démontré)

: CD = ZL ((réciproque du théorème)) (Ce qu'il fallait démontrer)

3 Dans la figure ci-contre : les deux cercle M et N sont sécants en A et B, MN ∩ AB = (D), X est le milieu de BC / NY ⊥ EF /

MX = MD, NY = ND. Démontre que : BC = EF.



Solution

Hypothèses: X est le milieu de \overline{BC} , $\overline{NY} \perp \overline{EF}$, $\overline{MX} = \overline{MD}$ et $\overline{NY} = \overline{ND}$,

Conclusion: Démontre que BC = EF.

Démonstration : ** MN est la droite des centres des cercles et AB est une corde commune de deux cercles M et N.

∴ MN ⊥ AB

Dans le cercle M: : X est le milieu de BC : MX 1 BC

 \therefore MX \perp BC, MD \perp AB, MX = MD

∴ BC = AB (réciproque du théorème) (1)

Dans le cercle $N : : \overline{NY} \perp \overline{EF}$, $\overline{ND} \perp \overline{AB}$ et $\overline{NY} = \overline{ND}$

∴ EF= AB (réciproque du théorème) (2)

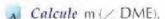
De (1) et (2), on a : BC = EF

Soient M et N deux cercles superposables et sécants en A et B.

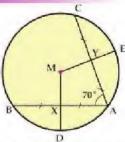
Réfléchis La droite AB est-elle la médiatrice de MN ?



Dans la figure ci-contre : AB et AC sont deux cordes de même longueur dans le cercle M, X est le milieu de AB, Y est le milieu de AC et m (\angle CAB) = 70°.



Calcule m (∠ DME). Démontre que : X D = Y E.



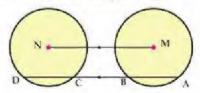
- AB et AC sont deux cordes de même longueur dans le cercle M, X etY sont les milieux de AB et AC , respectivement et m (M XY) = 30° Démontre que : [2]: le triangle AXY est équilatéral. [1]: le triangle MXY est isocèle.
- AB et AC sont deux cordes dans le cercle M, MX I AB, Y est le milieu de AC, $m (\angle ABC) = 75^{\circ}, M X = MY$

M Trouve m (/ BAC).

1 Démontre que : le périmètre du $\Delta AXY = \frac{1}{2}$ le périmètre du ΔABC .

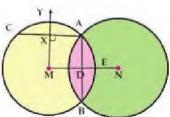
- 4 Soient deux cercles concentriques de centre M. AB et CD sont deux cordes dans le grand cercle, tangents au petit cercle en X et Y respectivement. Démontre que AB = AC
- Dans la figure ci-contre : M et N sont deux cercles superposables. On trace AB // MN qui coupe le cercle M en A et B et le cercle N en C et D.

Démontre que : AC = BD.



6) AB et CD sont deux cordes dans le cercle M, MX L AB qui coupe le cercle en E $MY \perp \overline{CD}$ qui coupe le cercle en E et FX = EY. Démontre que : [1] : AB = CD [2] : AF = CE.

Dans la figure ci-contre : M et N sont deux cercles sécants en A et B MX 1 AC qui coupe AC en X et qui coupe le cercle M enY. On trace, MN qui coupe AB en D et le cercle M en E. Si AC = AB, démontre que : XY = DE.

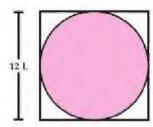


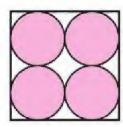
M et N sont deux cercles tangents intérieurement en A. On trace deux cordes de même longueur, AB et AC dans le grand cercle qui coupe le petit cercle en D et E respectivement. Démontre que : AD = AE.

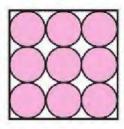




Une boulangerie produit des pâtisseries de formes circulaires, puis elle les pose dans des boîtes carrées de longueur de côté 12L cm selon le motif suivant.

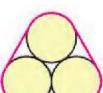


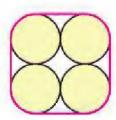




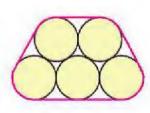
- Calcule l'aire de la surface prise par les pâtisseries dans chaque boîte.
- 8 Quelle est l'aire de la surface prise par les pâtisseries dans la quatrième boîte et dans la dixième boîte dans ce motif?
- Sachant que toutes les pâtisseries sont d'une même sorte et d'une même hauteur, les prix des boîtes sont-ils égaux ou différents ? Justifie ta réponse.
- 2 Une usine produit des pots de confiture de formes cylindriques de longueur de rayon de base r cm. On regroupe les pots et on les couvre avec un emballage en plastique, puis on les entoure d'un ruban de papier comme le montre le motif suivant :

Nombre de _____1



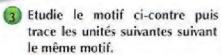


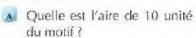
3

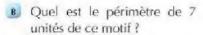


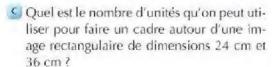
4

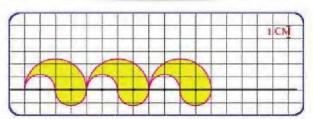
- Quel est la longueur du ruban dans chaque cas? Existe-t-il une relation entre le nombre de pots et la longueur du ruban?
- B Quelle est la longueur du ruban qui entoure 6 pots ?
- Quelle est la longueur du ruban qui entoure 7 pots ? Discute les différentes positions pour placer les pots les uns à côté des autres. Déduis la condition qui permet de calculer la longueur de ruban suivant la même règle.





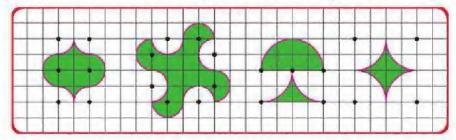








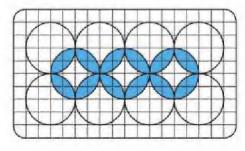
Etudie chacune des unités suivantes puis trouve l'aire et le périmètre de chaque unité .

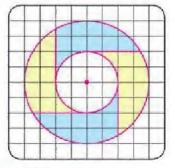


(5) Technologie: Utilise les programmes de l'ordinateur pour dessiner les motifs artistiques suivants.

des cercles superposables, tangents et **8** des cercles sécants.

des cercles concentriques des tangentes.





Produis d'autres motifs et utilise-les dans ton cours de dessin.





Exercices généraux



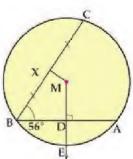
- Complète pour obtenir des phrases correctes :
 - Mune corde d'un cercle est le segment joignant
 - La droite passant par le centre d'un cercle et perpendiculaire à une corde........
 - La droite des centres de deux cercles tangents intérieurement passe
 - Le centre du cercle circonscrit au triangle est le point d'intersection de
 - Dans un cercle, les cordes ayant la même longueur sont
- Choisis la bonne réponse parmi les réponses données :
 - Dans un cercle de 6 cm de longueur de diamètre, toute tangente au cercle est distante de de son centre. (6 ou 12 ou 3 ou 2)

 - - (coupe ou parallèle à ou perpendiculaire à ou superpose à)

 - Si M et N sont deux cercles sécants de rayons respectifs 3cm et 5 cm, alors MN ∈ (18, ∞[ou]2, ∞[ou]0, 2[ou]2, 8 [)
- Dans la figure ci-contre : AB et BC sont deux cordes dans le cercle M ayant pour longueur de rayon 5 cm., MD ⊥ AB qui le coupe en D et qui coupe le cercle M en E. X est le, milieu de BC. AB = 8 cm, m (∠ABC) = 56°

Trouve: M m (Z D M X)

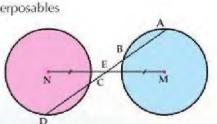
la longueur de DE



Dans la figure ci-contre : Met N sont deux cercles superposables et disjoints. E est le milieu de MN . On trace AE qui coupe le cercle M en A et B et le cercle N en C et D.

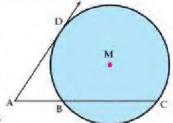
Démontre que : A B = C D.

B E est le milieu de AD.



Dans la figure ci-contre :

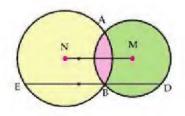
M est un cercle de 5 cm de longueur de rayon, A est un point extérieur au cercle, AD est une tangente au cercle M en D, AB coupe le cercle en B et C respectivement où AB = 4 cm et AC = 12 cm.



- ▲ Trouve la distance de la corde BC au centre du cercle.
- B Calcule la longueur de AD .

Dans la figure ci-contre :

M et N sont deux cercles sécants en A et B. On trace BD // MN qui coupe les deux cercles en D et E respectivement. Démontre que : DE = 2 MN

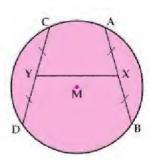


Dans la figure ci-contre :

 \overline{AB} et \overline{CD} sont deux cordes de même longueur dans le cercle M . X etY sont les milieux respectifs de \overline{AB} et \overline{CD} où B et D sont d'un même côté par rapport à \overline{XY} .

 $D\acute{e}montre que : m (\angle B XY) = m(\angle DY X).$

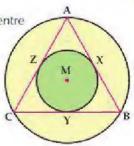
Réfléchis: Est-ce que AC // BD ? Justifie ta réponse





M et de longueurs de rayons 4 cm et 2 cm. ABC est un triangle inscrit dans le grand cercle et dont les côtés sont tangents au petit cercle en X, Y et Z.

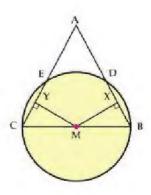
Démontre que : le triangle ABC est équilatéral, puis calcule son aire.



Dans la figure ci-contre :

ABC est un triangle tel que $\overline{AB} = AC$. On trace un cercle de diamètre \overline{BC} qui coupe \overline{AB} en D et \overline{AC} en E, $\overline{MX} \perp \overline{BD}$ et $\overline{MY} \perp \overline{CE}$.

Démontre que : BD = CE.





PEpreuve de l'unité

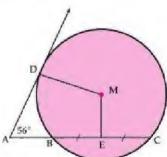


Complète pour obtenir des phrases correctes :

- A Par trois points n'appartenant pas à une même droite passe
- B L'axe de symétrie de deux cercles M et N sécants en A et B est
- Si M est un cercle de périmètre 8π cm et A est un point du cercle, alors MA =

2 Dans la figure ci-contre :

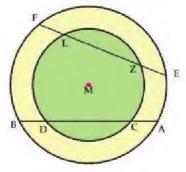
AD est une tangente au cercle M, \overrightarrow{AC} coupe le cercle M en B et C, E est le milieu de \overrightarrow{BC} et m (\angle A) = 56°. Trouve m (\angle D M E).



3 La figure ci-contre représente deux cercles concentriques de centre M , AB est une corde du grand cercle qui coupe le petit cercle en C et D. EF est une corde du grand cercle qui coupe le petit cercle en Z et L où AB = EF

Démontre que :

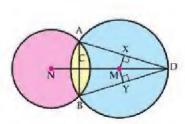
$$AD = ZE$$



Dans la figure ci-contre :

Le cercle $M \cap Le$ cercle $N = \{A,B\}$, $AB \cap MN = \{C\}$, $D \in MN$, $MX \perp AD$ et $MY \perp BD$.

Démontre que : M X = MY.







Angle au centre et mesure de l'arc



- ★ La notion de la longueur d'un arc.
- La notion de la mesure d'un arc.
- Comment trouver la relation entre les cordes d'un cercle et ses arcs.

Expressions de base

- Angle au centre
- ☆ Angle inscrit
- Arc Arc
- ☆ Deux arcs adjacents
- * Mesure d'un arc
- ☆ Une corde
- ☆ Une tangente

Réfléchis et discute

Dans la figure ci-contre:

Les deux côtés de l'angle ∠ AMB partagent le cercle en deux arcs:

- 1 Le petit arc AB qu'on notera AB,
- 2 Le grand arc ACB qu'on notera ACB.
 - ♦ Quelles sont les positions des points de l'arc AB par rapport à l'angle ∠ AMB ?
 - ♦ Quelles sont les positions des points de l'arc ACB par rapport à l'angle rentrant ∠ AMB ?
 - ♦ Si ∠ AMB est un angle plat, que remarqueras-tu?

Dans un cercle

Un angle au centre est un angle ayant pour sommet le centre du cercle et dont les côtés portent deux rayons

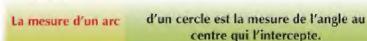
Dans la figure ci-contre, on remarque que:

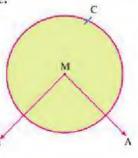
- AMB est un angle au centre qui intercepte AB tandis que l'angle au centre rentrant ∠ AMB intercepte ACB.
- 2 Si l'angle ∠ AMB est un angle plat,

 (AB est un diamètre du cercle M),

 alors AB superpose ACB à l'arc

 ACB et dans ce cas chacun des deux arcs est appelé «un demi cercle».







Dans la figure ci-contre:

 \overline{AB} est un diamètre du cercle M, $\overline{MC} \perp \overline{AB}$ et m ($\angle AMD$) = 60°

On remarque que :

$$m \widehat{AD} = m (\angle AMD) = 60^{\circ}$$

$$2 \text{ m } \widehat{CB} = \text{m} (\angle CMB) = 90^{\circ}$$

$$\mathfrak{g}$$
 m (\widehat{DC}) = m $(\angle DMC)$ = 30°

(Pourquoi?)

D'où La mesure d'un demi cercle = 180° et la mesure d'un cercle = 360°

Deux arcs adjacents

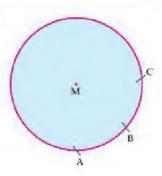
sont deux arcs ayant un et un seul point en commun.

La figure ci-contre, montre les deux arcs adjacents \widehat{AB} et \widehat{BC} :

Dans ce cas:

$$m(\widehat{AB}) + m(\widehat{BC}) = m(\widehat{ABC})$$

$$m(\widehat{AB}) = m(\widehat{ABC}) - m(\widehat{BC})$$





Dans la figure ci-contre :

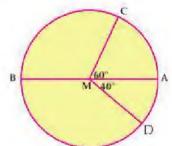
 \overline{AB} est un diamètre du cercle M, m (\angle AMC) = 60°, m (\angle AMD)= 40°.

Complète:

$$\widehat{\text{m}}$$
 m $\widehat{\text{AD}}$ =° et m $\widehat{\text{AC}}$ =°

$$2 \text{ m } (\widehat{CAD}) = \text{m } (\widehat{CA}) + \dots$$

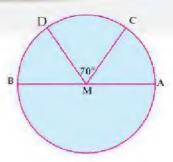
$$(3) \text{ m } (BC) = \text{m } (ACB) - \text{m } () = 180^{\circ} - \dots = \dots$$



= + = 0

Exemple (1)

Dans la figure ci-contre, m AB est un diamètre du cercle M, $(\angle CMD) = 70^{\circ} \text{ et m } (\widehat{AC}) : \text{m } (\widehat{DB}) = 5 : 6, trouve \text{ m } (\widehat{ACD}).$ Solution



Soit m
$$(\widehat{AC}) = 5x$$

$$\therefore$$
 m (\widehat{DB}) = 6x

$$\forall m(\widehat{ADB}) = m(\widehat{AC}) + m(\widehat{CD}) + m(\widehat{DB}) = 180^{\circ}$$

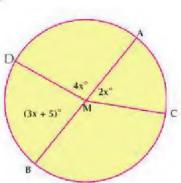
$$5x + 70^{\circ} + 6x = 180^{\circ}$$
 $11x = 110^{\circ} : x = 10^{\circ}, m(\widehat{AC}) = 50^{\circ}$

$$\therefore \text{ m } (\widehat{ACD}) = \text{m } (\widehat{AC}) + \text{m } (\widehat{CD}) = 50^{\circ} + 70^{\circ} = 120^{\circ}$$

Pour t'entraîner :

Dans la figure ci-contre: AB est un diamètre du cercle M. Obseve la figure puis complète:

$$(2)$$
 m $(\widehat{AC}) = \dots$



La longueur d'un arc

d'un cercle est une partie du périmètre du cercle qui est proportionnelle à la mesure de l'arc lui-même où Mesure de l'arc

Longueur de l'arc = × périmètre du cercle Mesure du cercle



Dans la figure ci-contre :

M est un cercle de 5 cm de longueur de rayon et m $(\overline{AB}) = 108^{\circ}$.

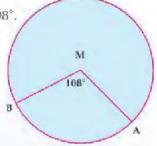
Trouve: la longueur de l'arc AB

(prendre
$$\pi = 3,14$$
)

Solution

Longueur de l'arc =
$$\frac{\text{Mesure de l'arc}}{\text{Mesure du cercle}} \times \text{périmètre du cercle}$$

= $\frac{108}{360} \times 2 \times 3,14 \times 5 = 9,42 \text{cm}$.







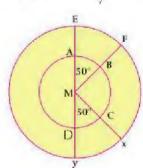
Dans la figure ci-contre: les deux cercles sont concentriques, la longueur du rayon du petit cercle est 7 cm et la longueur du rayon du grand cercle est 14 cm (prendre $\pi = \frac{22}{7}$)

Complète : Dans le petit cercle:

$$m(\widehat{AB}) = m(\widehat{\dots}) = \dots$$

La longueur de
$$\widehat{AB} = \frac{50}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times \dots = \dots$$
 cm

:. AB (superpose à / ne superpose pas à) CD



Dans le grand cercle:

$$m(\widehat{EF}) = m(\widehat{\ldots}) = \dots$$
 et la longueur de $\widehat{EF} = \dots \times \dots \times \dots = \dots$ cm

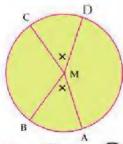
La longueur de
$$\widehat{XY}$$
 =× =cm

Est-ce que AB superpose à EF? Que peux-tu déduire?

Résultats importants:



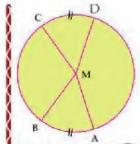
(1) Dans un cercle (ou dans des cercles superposables), les arcs de mesure ont même longueur et réciproquement



Dans le cercle M

Si:
$$m(\widehat{AB}) = m(\widehat{CD})$$

alors: la longueur de \widehat{AB} = la longueur de \widehat{CD}

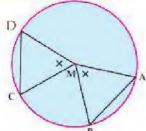


Réciproquement

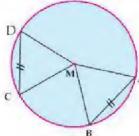
Si: la longueur de \widehat{AB} = la longueur de \widehat{CD} (alors: m \widehat{AB}) = m $\widehat{(CD)}$



Dans un cercle (ou dans des cercles superposables), les arcs de mesure sous-tendent des cordes de même longueur et réciproquement.



Dans le cercle M



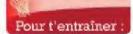
Réciproquement

Si:
$$m(\widehat{AB}) = m(\widehat{CD})$$

 \overline{AB} : la longueur de \overline{AB} = la longueur de \overline{AB}



alors:
$$m(\widehat{AB}) = m(\widehat{CD})$$



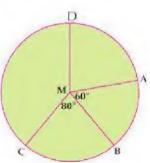
Dans la figure ci-contre:

$$m(\widehat{AB}) = 60^{\circ}$$
 et $m(\widehat{BC}) = 80^{\circ}$, $m(\widehat{AD}) : m(\widehat{DC}) = 4:7$





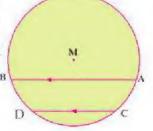
Trace les cordes ayant la même longueur.





Dans un cercle, les arcs compris entre deux cordes parallèles ont même mesure

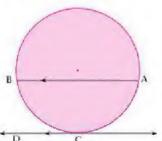
Si \overline{AB} et \overline{CD} sont deux cordes dans le cercle M, telles que \overline{AB} // \overline{CD} alors m (\widehat{AC}) = m (\widehat{BD}) .





Dans un cercle, les arcs compris entre une corde et une tangente qui lui est parallèle ont même mesure

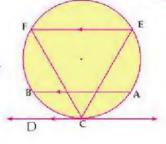
Si \overline{AB} est une corde dans le cercle M et \overline{CD} est une tangente telles que \overline{AB} // \overline{CD} alors m (\widehat{AC}) = m (\widehat{BD}) .



Pour t'entraîner :

Dans la figure ci-contre :

M est un cercle, \overline{CD} est une tangente au cercle en C , \overline{AB} et \overline{EF} sont deux cordes du cercle telles que $\overline{AB}/\!\!/ \overline{EF}/\!\!\!/ \overline{CD}$



Complète ce qui suit pour démontrer que CE = CF

$$m = m$$
 (1)

Exemple (3)

Dans la figure ci-contre :

ABCD est un quadrilatère inscrit dans le cercle tel que

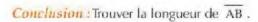
$$AC = BD$$
, $AB = (3x - 5)$ cm et $CD = (x + 3)$ cm.

Trouve la longueur de AB en justifiant ta réponse.



Hypothèses: ABCD est un quadrilatère inscrit dans le cercle,

$$AC = BD$$
, $AB = (3x - 5)$ cm et $CD = (X + 3)$ cm



$$\therefore$$
 m (\widehat{ABC}) - m (\widehat{BC}) = m (\widehat{BCD}) - m (\widehat{BC})

$$\therefore$$
 m (\widehat{AB}) = m (\widehat{DC})

$$3x \cdot 5 = x + 3$$

$$2x = 8$$

$$x = 4$$

$$AB = 3x - 5$$

$$AB = 3 \times 4 - 5 = 7$$
cm

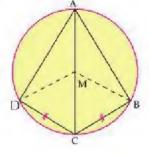
 \therefore m (ABC) = m (BCD)



Dans la figure ci-contre :

ABCD est un quadrilatère inscrit dans le cercle, AC est un diamètre du cercle et CB = CD.

 $D\acute{e}montre que m (\widehat{AB}) = m (\widehat{AD})$



Hypothèses: AC est un diamètre du cercle et CB = CD

Conclusion: m(AB) = m(AD)

$$: m(\widehat{CB}) = m(\widehat{CD})$$

* AC est un diamètre du cercle

$$\therefore$$
 m (AB) = 180°- m (CB), m (AD) = 180°- m (CD)



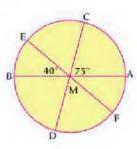
De
$$\bigcirc$$
 et \bigcirc on a m \bigcirc AB) = m \bigcirc AD)



Dans la figure ci-contre :

AB, CD et EF sont trois cordes d'un cercle M Complète:

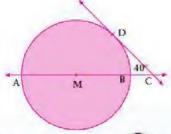
$$\triangle$$
 m $(\widehat{AC}) = \dots$



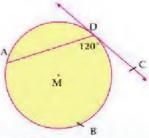
Dans chacune des figures suivantes:

CD est une tangente au cercle M en D Complète:







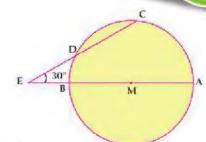


$$m(\widehat{DB}) = \dots m(\widehat{AD}) = \dots$$

Dans la figure ci-contre :

 \overline{AB} est un diamètre du cercle M, $\overline{AB} \cap \overline{CD} = \{E\}$, $m(\angle AEC) = 30^{\circ} \text{ et m } (\widehat{AC}) = 80^{\circ}.$

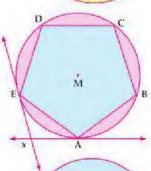
Trouve: m (CD)



Dans la figure ci-contre :

ABCDE est un pentagone régulier inscrit dans le cercle M, AX est une tangente au cercle en A et EF est une tangente au cercle en E telles que $\overrightarrow{AX} \cap \overrightarrow{EX} = \{X\}$.

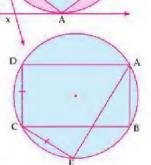
B m (∠ AXE).



Dans la figure ci-contre :

ABCD est un rectangle inscrit dans le cercle M. On trace la corde CE telle que CE = CD.

Démontre que : AE = BC.



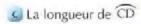
Cans la figure ci-contre :

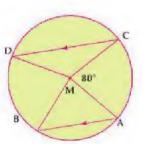
M est un cercle de 15 cm de longueur de rayon. AB et CD sont deux cordes parallèles dans le cercle, m $(AC) = 80^\circ$, et la longueur de \widehat{AC} = la longueur de \widehat{AB} .

Trouve:







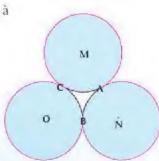


Dans la figure ci-contre :

M, N et O sont trois cercles superposables, tangents deux à deux en A, B et C et de rayon 10 cm

M Démontre que : la longueur de \widehat{AB} = la longueur de BC = la longueur de AC.

B) Calcule le périmètre du triangle ABC.







apprendre

Comment déduire la relation entre un angle inscrit et un angle au centre interceptant le même arc.

Expressions de base

- Angle au centre
- Angle inscrit

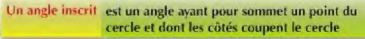
Relation entre l'angle inscrit et l'angle au centre interceptant le même arc

Réfléchis et discute

Dans la figure ci-contre :

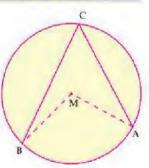
le cercle M passe par les sommets du triangle équilatéral ABC.

- Quelle est la mesure de l'angle au centre / BMC? Justifie la réponse.
- ◆ Quel est le sommet de ∠ BAC? Est-ce que ce sommet appartient à l'ensemble des points du cercle M?
- ◆ Quels sont les côtés de ∠ BAC ?
- Si ∠ BMC est un angle au centre qui intercepte l'arc BC, commet peux-tu décrire ∠ BAC ?
- ♦ Compare m(∠BAC) et m (∠BMC). Que remarques-tu?



Dans la figure ci-contre, observe que :

- tout angle inscrit, il existe un seul angle au centre qui intercepte le même arc.

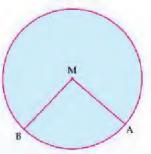




Dans la figure ci-contre:

Quel est le nombre d'angles inscrits qui interceptent le même arc \widehat{AB} que l'angle au centre \angle AMB?

(Explique ta réponse à l'aide du dessin)

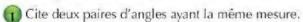






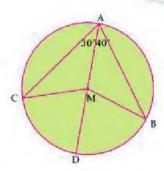
Activité Dans la figure ci-contre :

AD est un diamètre du cercle M. Observe la figure puis réponds aux questions suivantes:



2 Si m (
$$\angle$$
 BAD) = 40°, trouve m (\angle BMD).

3 Si m (
$$\angle$$
 CAD) = 30°, trouve m (\angle CMD).



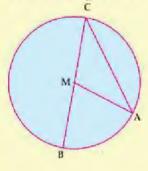
Dans un cercle, la mesure de l'angle inscrit est égale à la moitié de celle de l'angle au centre s'ils interceptent le même arc.

Hypothèses: ∠ ACB et un angle inscrit et ∠ AMB et un angle au centre qui interceptent le même arc.

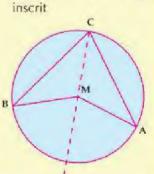
Conclusion: Démontrer que m (\angle ACB) = $\frac{1}{2}$ m (\angle AMB).

Démonstration: Pour démontrer le théorème, il y a trois cas à étudier.

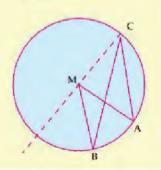
côtés de l'angle inscrit.



l'intérieur de l'angle



🕦 Si M appartient à l'un des 😰 Si M est un point à 🔞 Si M est un point à l'extérieur de l'angle inscrit



Premier cas : Si M appartient à l'un des côtés de l'angle inscrit.

- AMB est un angle extérieur au triangle AMC
- $m (\angle AMB) = m (\angle A) + m (\angle C)$

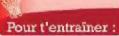
- " AM = CM
- (rayons)
- $m(\angle A) = m(\angle C)$

De \bigcirc et \bigcirc on déduit que m (\angle AMB = 2 m (\angle C)

- \therefore m (\angle ACB) = $\frac{1}{2}$ m (\angle AMB)
- (Ce qu'il fallait démontrer)

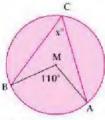
Activité

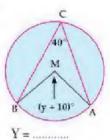
Démontre le théorème dans les deux autres cas puis garde le résultat dans ton portfolio.

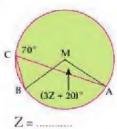


Dans chacune des figures suivantes, M est un cercle. Trouve la valeur du symbole utilisé comme mesure d'angle :

0





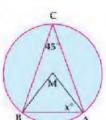


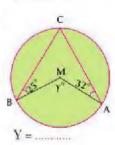


C

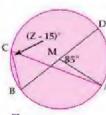
(3L+10)"

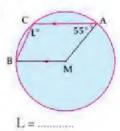
L =



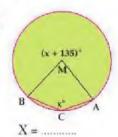


10

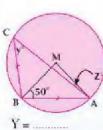


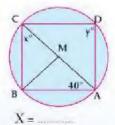


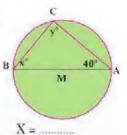
9



Z=







Z=.....

Y =

Y =



A est un point à l'extérieur d'un cercle M, \overrightarrow{AB} est une tangente au cercle en B, \overrightarrow{AM} coupe le cercle M en C et D respectivement et m($\angle A$) = 40°. Trouve m($\angle BDC$) en justifiant ta réponse.

Solution

Hypothèses: \overrightarrow{AB} est une tangente au cercle en B, $m(\angle A) = 40^{\circ}$, \overrightarrow{AM} coupe le cercle M en C et D.

Conclusion: m (ZBDC)

Construction: On trace le rayon BM.

Démonstration : * AB est une tangente au cercle en B et BM est un rayon.

Dans A ABM:

$$m(\angle A) = 40^{\circ}$$
, $m(\angle ABM) = 90^{\circ}$

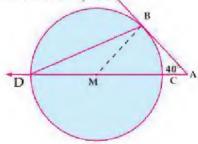
$$\therefore$$
 m (\angle BMC) = 180° - (40° + 90°) = 50°

∴ ∠BDC est inscrit et ∠BMC est un angle au centre qui interceptent le même arc BC.

$$m (\angle BDC) = \frac{1}{2} m (\angle BMC)$$

$$\therefore$$
 m (\angle BDC) = $\frac{1}{2} \times 50 = 25^{\circ}$

(Ce qu'il fallait démontrer)



Pour t'entraîner :

Dans la figure ci-contre, \overline{AB} est une corde du cercle M, \overline{MC} \bot \overline{AB} .

Démontre que: $m (\angle AMC) = m (\angle ADB)$



On trace BM, Complète: Dans le A MAB:

$$m (\angle AMC) = m (\angle) = \frac{1}{2} m (\angle)$$



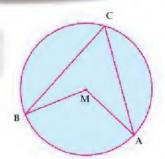
- ∵ ∠ADB est un angle inscrit et ∠ est un angle au centre qui interceptent le même arc
- $m (\angle \dots) = \frac{1}{2} m (\angle \dots)$



De 1 et 2 on déduit que: $m (\angle AMC) = m (\angle)$.



La mesure de l'angle inscrit est égale à la moitié de la mesure de l'arc qui



Dans la figure ci-contre :

$$m (\angle C) = \frac{1}{2} m (\angle AMB) \text{ et } m(\angle AMB) = \widehat{AB}$$

 $\therefore m (\angle C) = \frac{1}{2} m (\widehat{AB})$

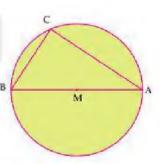


Un angle inscrit qui intercepte un demi-cercle est un angle droit.

Donc: l'arc qui sous-tend l'angle inscrit est égal à un demi-cercle, ^B

alors alors:
$$m(\angle C) = \frac{1}{2} m(\widehat{AB})$$

$$v m(\widehat{AB}) = 180^{\circ}$$



Think



- Quelle est 'la nature d'un angle inscrit qui intercepte un arc plus petit qu'un demi-cercle ? Pourquoi?
- Quelle est la nature d'un angle inscrit qui intercepte un arc plus grand qu'un demi-cercle? Pourquoi?
- Est-ce qu' un angle inscrit doit intercepter un arc égal à un demi cercle? Justifie te réponse.

Exemple (2)

Dans la figure ci-contre: ABC est un triangle inscrit dans un cercle M, m (AB): m (BC):

 $m(\widehat{AC}) = 4:5:3$. Trouve $m(\angle ACB)$:

Solution

Soient: m $(\overrightarrow{AB}) = 4x^{\circ}$, m $(\overrightarrow{BC}) = 5x^{\circ}$ et m $(\overrightarrow{AC}) = 3x^{\circ}$

$$4x + 5x + 3x = 360^{\circ}$$

$$12x = 360^{\circ} \qquad \qquad \therefore \quad x = 30^{\circ}$$

$$x = 30^{\circ}$$

$$\therefore$$
 m $(\widehat{AB}) = 4 \times 30^{\circ} = 120^{\circ}$ et l'arc AB sous-tend l'angle inscrit \angle ACB. $4x^{\circ}$

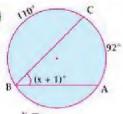
∴ m (∠ ACB) =
$$\frac{1}{2}$$
 m (AB) ∴ m (∠ ACB) = $\frac{1}{2}$ × 120° = 60° Ce qu'il fallait démontrer.



Pour t'entraîner :

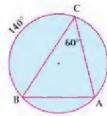
Observe chacune des figures suivantes puis complète:

1



$$m(\widehat{AB}) = \dots$$

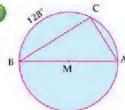
2



$$m\left(\angle A\right) = \dots$$

 $m\left(\widehat{AC}\right) = \dots$

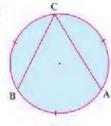
3



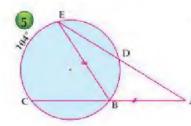
$$m (\angle C) = \dots$$

 $m (\angle B) = \dots$

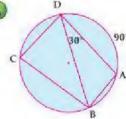
4



$$m(\angle C) = \dots$$



6



Exemple (G)

Problème type (1)

Si deux cordes se coupent à l'intérieur d'un cercle, la mesure de l'angle qu'elles forment entre elles est égale à la demi-somme des mesures des arcs interceptés par cet angle.

- Solution -

Hypothèses: AB \(\) \(\overline{CD} = \{E\}\)

Conclusion: $m(\angle AEC) = \frac{1}{2} [m(\widehat{AC}) + m(\widehat{BD})]$

Construction: On trace AD

Démonstration: ∵ ∠AEC est un angle extérieur au Δ AED .

$$\text{``} \text{ m } (\angle AEC) = \text{m } (\angle D) + \text{m } (\angle A) = \frac{1}{2} \text{ m } (\widehat{AC}) + \frac{1}{2} \text{ m} (\widehat{BD})$$

$$= \frac{1}{2} \text{ [m } (\widehat{AC}) + \text{m } (\widehat{BD})] .$$
Ce qu

D A



Problème type (2)

Si deux rayons portant deux cordes se coupent à l'extérieur d'un cercle, la mesure de l'angle qu'elles forment entre elles est égale à la demi-différence des mesures des arcs interceptés par cet angle.

Solution .

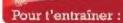
Conclusion: $m(\angle E) = \frac{1}{2} [m(\widehat{AC}) - m(\widehat{BD})]$

Construction: On trace BC.

Démonstration : Y ∠ ABC est un angle extérieur au ∆ BEC. A

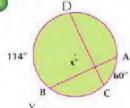
$$m (\angle ABC) = m (\angle E) + m (\angle BCD)$$

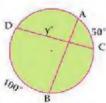
 $= \frac{1}{2} [m(\widehat{AC}) - m(\widehat{BD})]$ Ce qu'il fallait démontrer



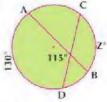
Dans chacune des figures suivantes, trouve la valeur du symbole utilisé comme mesure d'angle :

0

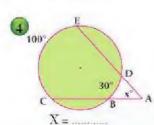


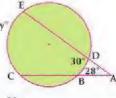




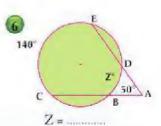


Z =





Y =









Dans la figure ci-contre:

 $\overrightarrow{CB} \cap \overrightarrow{ED} = \{A\}, m (\angle A) = 40^{\circ}, \overrightarrow{DC} \cap \overrightarrow{BE} = \{X\} \text{ et } m (\angle BCD) = 26^{\circ}$

Trouve :

Solution

Hypothèses; $\overrightarrow{CB} \cap \overrightarrow{ED} = (A)$, m ($\angle A$) = 40°, $\overrightarrow{DC} \cap \overrightarrow{BE} = \{X\}$, m ($\angle BCD$) = 26°

Conclusion: Mm (CE)

B m (Z EXC).

Démonstration: " m (Z BCD) = 26°

$$\therefore$$
 $\overrightarrow{CB} \cap \overrightarrow{ED} = \{A\}$

$$\therefore$$
 m (\angle A) = $\frac{1}{2}$ [m(\widehat{CE}) - m (\widehat{BD})]

$$40 = \frac{1}{2} [m(\widehat{CE}) - 52]$$

$$n(\widehat{CE}) = 80 + 52 = 132^{\circ}$$

 $m(\widehat{CE}) = 80 + 52 = 132^{\circ}$ (Ce qn'il fallait démontrer 1)

$$\overrightarrow{DC} \cap \overline{BE} = \{X\}$$

$$\therefore \overline{DC} \cap \overline{BE} = \{X\} \qquad \therefore m (\angle EXC) = \frac{1}{2} [m(\widehat{CE}) + m(\widehat{BD})]$$

m (
$$\angle$$
 EXC) = $\frac{1}{2}$ [132° + 52°] = $\frac{1}{2}$ × 184° = 92°

(Ce qu'il fallait démontrer 2)



Dans la figure ci-contre :

 $m (\angle A) = 36^{\circ}$, $m (EC) = 104^{\circ}$, $m (\widehat{BC}) = m (\widehat{DE})$

Trouve:



B m (DE).

Solution

Complète: * CB (ED = {A}

$$\therefore m (\angle A) = \frac{1}{2} [\dots]$$

$$\therefore 36 = \frac{1}{2} [\dots]$$

$$\therefore 36 = \frac{1}{2} \left[\dots \right]$$

(Ce qu'il fallait démontrer 1)

$$: m(\widehat{DE}) + m(\widehat{BC}) = 360^{\circ} - (.... + ...) = ...$$

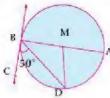
$$m(\widehat{DE}) = m(\widehat{BC})$$

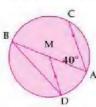
(Ce qu'il fallait démontrer 2)

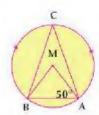


Observe chacune des figures suivantes puis complète:

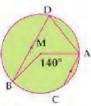






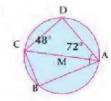


D





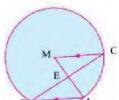




Dans la figure ci-contre :

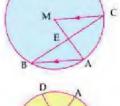
AB est un diamètre dans le cercle M, CM // AB, BC ∩ AM= (E),

Démontre que: BE > AE.



Dans la figure ci-contre :

 \overline{AB} et \overline{CD} sont deux cordes dans le cercle \overline{AB} \cap \overline{CD} = {E} m (\angle DEB) = 110° et m (\widehat{AC}) = 100°.



000

110

Trouve: m (Z DCB)

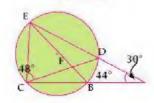
Dans la figure ci-contre :

 $\overrightarrow{CB} \cap \overrightarrow{ED} = \{A\} \text{ et } \overrightarrow{BE} \cap \overrightarrow{CD} = \{F\}, Si$:

 $m (\angle A) = 30^{\circ}$, $m (\widehat{BD}) = 44^{\circ}$, $m (\angle DCE) = 48^{\circ}$

Trouve: A m (CE)

- B m (BC)
- AB, AC sont deux cordes dans un cercle X et Y sont les milieux de \widehat{AB} et \widehat{AC} respectivement. On trace \overline{XY} qui coupe AB en D et AC en E. Démontre que AD = AE



Les angles înscrits interceptant le même

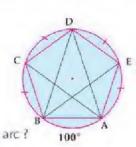
5 - 3

Réfléchis et discute :

Dans la figure ci-contre, m $(\widehat{AB}) = 100^{\circ}$

♦ Est-ce que les angles inscrits ∠ AEB ,

∠ADB et ∠ACB interceptent le même arc ?



A apprendre:

Comment déduire la relation entre les angles inscrits interceptant des arcs de même mesure

♦ Trouve m (∠AEB), m (∠ADB) et m (∠ACB).

Que remarques-tu?

Est-ce que les angles inscrits qui interceptent le même arc ont la même mesure ? Justifie ta réponse.

Théorèmes 2

Les angles inscrits qui interceptent le même arc ont la même mesure.

Hypothèses: \(\angle C, \(\subset \) Det \(\angle \) Esont des angles inscrits qui interceptent | 'arc \(\hat{AB} \).

Conclusion: $m(\angle C) = m(\angle D) = m(\angle E)$

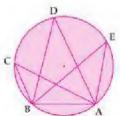


$$\forall m (\angle C) = \frac{1}{2} m (\widehat{AB})$$

$$m(\angle D) = \frac{1}{2} m (\widehat{AB})$$

, m (
$$\angle E$$
) = $\frac{1}{2}$ m (\widehat{AB})



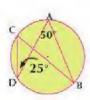


(Ce qu'il fallait démontrer)

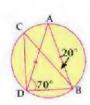
Pour t'entraîner:

Observe chacune des figures suivantes puis complète :

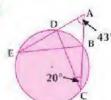




$$m (\angle C) = \dots ^{\circ}$$







Exemple (1)

Dans la figure ci-contre :

$$\overline{AB} \cap \overline{CD} = [E] \text{ et } EA = ED$$

Solution

$$m (\angle D) = m (\angle A) \bigcirc 1$$

$$\therefore$$
 \angle ABC , \angle ADC sont deux angles inscrits qui interceptent \widehat{AC} \therefore m (\angle B) = m (\angle D) 2

$$\therefore$$
 \angle DBC , \angle DAB sont deux angles inscrits qui interceptent \widehat{BD} \therefore m (\angle C) = m (\angle A)3

De
$$\bigcirc$$
, \bigcirc et \bigcirc on déduit que m (\angle B) = m (\angle C)

Dans le
$$\triangle$$
 FBC: \forall m (\angle B) = m (\angle C)

Dans le
$$\Delta$$
 EBC: \forall m (\angle B) = m (\angle C) \Rightarrow EB = EC (Ce qu'il fallait démontrer.)

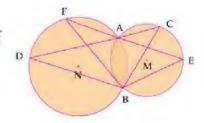




M et N sont deux cercles sécants en A et B.

AC coupe le cercle M en C et le cercle N en D, AE coupe le cercle M en E et le cercle N en E

Démontre que : $m (\angle EBC) = m (\angle FBD)$

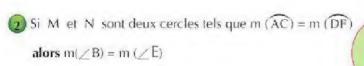


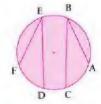


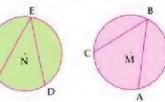
Dans un cercle (ou dans plusieurs cercles), les angles inscrits qui interceptent des arcs de même mesure ont même mesure

On remarque que:

1) Dans le cercle M, si $(\widehat{AC}) = m (\widehat{DF})$ alors $m (\angle B) = m (\angle E)$









Dans un cercle (ou dans plusieurs cercles), les angles inscrits qui ont même mesure interceptent des arcs de même mesure..

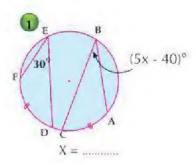


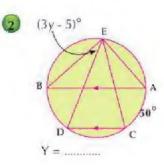
Réfléchis :

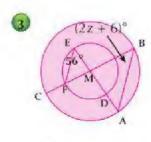
Si les arcs compris entre deux cordes qui ne se coupent pas à l'intérieur du cercle sont de même mesure, les deux cordes sont-elles parallèles ? Justifie ta réponse.



Dans chacune des figures suivantes, trouve la valeur du symbole utilisé pour la mesure :







Z =



EAD



Dans la figure ci-contre :

AD et BE sont deux cordes de même longueur dans le cercle, ,

 $\overrightarrow{AD} \cap \overrightarrow{BE} = \{C\}$. Démontre que CD = CE.

- Solution -

Hypothèses : AD = BE

Conclusion: Démontrer que CD = CE

Démonstration : Y AD = BE

$$\overrightarrow{m}$$
 $(\widehat{AD}) = m (\widehat{BE})$

En ajoutant m (DE) aux deux membres, on déduit que : m (ADE) = m (BED)

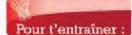
 \therefore m ($\angle B$) = m ($\angle A$)

(résultat)

Dans le \triangle ABC $: m(\angle A) = m(\angle B)$: AC = BC

: AD = BE

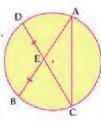
De 1 et 2 par soustraction, on déduit que CD = CE (Ce qu'il fallait démontrer)



Dans la figure ci-contre :

 \overline{AB} et \overline{CD} sont deux cordes de même longueur dans le cercle, $\overline{AB} \cap \overline{CD} = \{E\}$.

Démontre que le triangle ACE est isocèle.

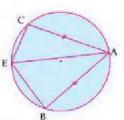




Dans la figure ci-contre :

 $AB = AC, E \in \widehat{BC}$

Démontre que : $m (\angle AEB) = m (\angle AEC)$





Réfléchis :

Quel est le nombre de bissectrices de \(BEC? Justifie ta réponse. \)

Réciproque

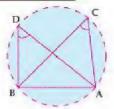
du théorème

Si deux angles de même mesure sont tracés sur une même base et si leurs sommets sont situés d'un même côté de cette base, alors ce sont deux angle inscrits dans un même cercle passant par les extrémités de la base commune.

Dans la figure ci-contre, on observe que :

 \angle C et \angle D sont tracés sur la base \overline{AB} , et d'un même côté de cette base et m (\angle C) = m (\angle D)

 \overline{Donc} , par les points A , B , C et D passe un seul cercle dont \overline{AB} est une corde





Dans la figure ci-contre, AB = AD, $m (\angle A) = 80^{\circ}$ et $m (\angle C) = 50^{\circ}$

Démontre que par les points A, B, C et D passe un seul cercle .

Solution

Dans A ABD

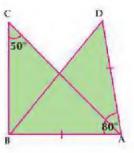
$$\therefore$$
 AB = AD, m (\angle A) = 80°

$$\therefore$$
 m (\angle D) = m (\angle A B D) = $\frac{180^{\circ} - 80^{\circ}}{2}$ = 50°

$$m(\angle D) = m(\angle C) = 50^{\circ}$$

et ce sont deux angles tracés su la base \overline{AB} et d'un même côté de cette base

∴ par les points A , B , C et D passe un seul cercle.

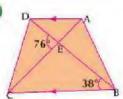


(Q.E.D.)

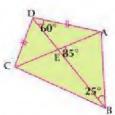
Pour t'entraîner

Dans chacune des figures suivantes, peut-on tracer un cercle passant par les points A, B, C et D? Justifie ta réponse .

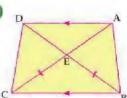
1



2



3



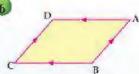
4



(5)



6



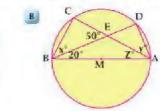


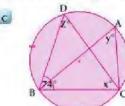




1 Dans chacune des figures suivantes, trouve la valeur du symbole utilisé pour la mesure :

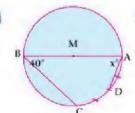
A D A Y



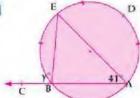


Dans chacune des figures suivantes, trouve la valeur du symbole utilisé pour la mesure :

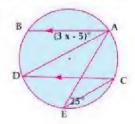
A



B

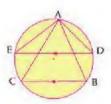


C



Dans la figure ci-contre :

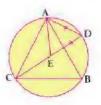
ABCD est un triangle inscrit dans un cercle et $\overline{DE} \# \overline{BC}$. **Démontre que** m ($\angle DAC$) = m ($\angle BAE$).



- ABC est un triangle équilatéral inscrit dans un cercle ,

 D∈ AB et E∈ DC tels que AD = DE.

 Démontre que le triangle ADE est équilatéral.



ABC est un triangle isocèle tel que AB =AC, D est le milieu de \overline{BC} , On trace $\overline{BE} \perp \overline{AC}$ tel que $\overline{BE} \cap \overline{AC} = \{E\}$. Démontre que par les points A , B , C et D passe un seul cercle.



Quadrilatère inscriptible



- La notion d'un quadrilatère înscriptible.
- Déterminer quand un quadrilatère est inscriptible.

Expressions de base:

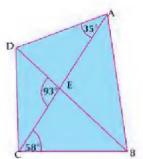
🕏 quadrilatère inscriptible

Réfléchis et discute

Dans la figure ci-contre

ABCD est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en E, m (\angle ACB) = 58° et m(\angle CAD) = 35°, m (\angle CED) = 93°.

Peut-on tracer un cercle passant par les sommets du quadrilatère ABCD ? Justifie ta réponse.

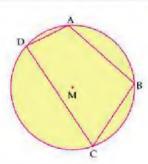


Un quadrilatère inscriptible

est un quadrilatère dont les quatre sommets appartiennent à un seul cercle.

On remarque que :

le quadrilatère ABCD est inscriptible car ses sommets A, B, C et D appartiennent au cercle de centre M.

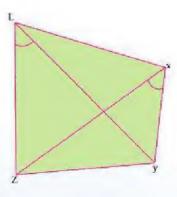


2 le quadrilatère XYZT est inscriptible car :

 $m(\angle YXZ) = m(\angle YLZ)$

et ce sont deux angles tracés sur la base YZ et d'un même côté d'où on peut tracer un cercle passant par les points X, Y, Z et T.

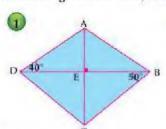
Donc, les sommets du quadrilatère XYZT appartiennent à un seul cercle.

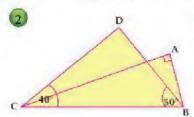


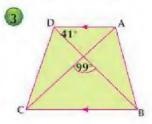


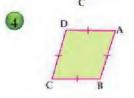


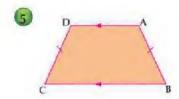
Dans les figures suivantes, lesquelles sont des quadrilatères inscriptibles ? Justifie ta réponse :













Dans la figure ci-contre

AB est un diamètre d'un cercle M, X est le milieu de

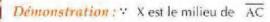
AC et XM coupe la tangente au cercle qui passe par le point B en Y.

Démontre que le quadrilatère AXBY est inscriptible

Solution ·

Hypothèses: AB est un diamètre d'un cercle M, AX = CX et BY est une tangente au cercle en B.

Conclusion: Démontrer que le quadrilatère AXBY est inscriptible



$$\therefore \overline{MX} \perp \overline{AC}, m (\angle AXY) = 90^{\circ}$$

∴ AB est un diamètre d'un cercle M, et BY une tangent au cercle en B ∴ BY ⊥ AB et m (∠ABY) = 90°

 $m (\angle AXY) = m (\angle ABY) = 90^{\circ}$

et ce sont deux angles tracés sur la base AY et d'un même côté .

- Le quadrilatère AXBY est inscriptible.



Romochis: Dans l'exemple précédent, où se trouve le centre du cercle passant par les sommets du quadrilatère AXBY? Justifie ta réponse.

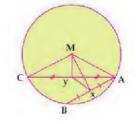
Pour t'entraîner

Dans la figure ci-contre :

M est le centre du cercle, X et Y sont les milieux de \overline{AB} et \overline{AC} respectivement.

Démontre que : (1) AXYM est inscriptible.

- (2) $m (\angle MXY) = m (\angle MCy)$
- (3) AM est un diamètre du cercle passant par les points A, X, Y et M



lisemple (2)

ABCD est un quadrilatère inscriptible dont les diagonales se coupent en $F, X \subseteq \overline{AF}$ tels que $Y \subseteq \overline{DF}$ tels que $\overline{XY} /\!\!/ \overline{AD}$.

Démontre que : (1) Le quadrilatère BXYC est inscriptible. (2) m (\angle XBY) = m (\angle XCY)

Solution

Hypothèses: ABCD est un quadrilatère inscriptible, XY // AD

Conclusion: Démontrer que : (1) Le quadrilatère BXYC est inscriptible

(2)
$$m (\angle XBY) = m (\angle XCY)$$



 \forall m (\angle CAD) = m (\angle CBD) deux angles inscrits interceptant l'arc \widehat{CD}

∴ m (∠CXY) = m (∠CBY) ce sont deux angles tracés sur la base CY et d'un même côté

: Le quadrilatère BXYC est inscriptible.

Le quadrilatère BXYC est inscriptible.

 $:= m(\angle XBY) = m(\angle XCY)$



Corresponding

(Proof)

(Ce qu'il fallait démontrer)

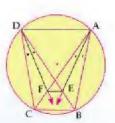
Pour t'entraîner :

Dans la figure ci-contre :

ABCD est un quadrilatère tel que :

AE est une bissectrice de l'angle ∠BAC et DF est une bissectrice de l'angle ∠ BDC, **Démontre que :**

- (1) AEFD est un quadrilatère inscriptible.
- (2) EF // BC .

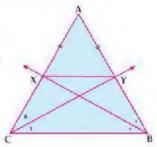






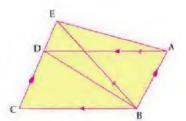
ABC est un triangle tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ \overrightarrow{BX} est une bissectrice de l'angle $\angle B$ qui coupe \overrightarrow{AC} en X, \overrightarrow{BY} est une bissectrice de l'angle $\angle C$ qui coupe \overrightarrow{AB} en Y

Démontre que : (1) BCXY est un quadrilatère inscriptible
(2) XY // BC .



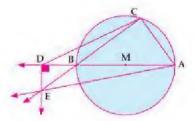
② Dans la figure ci-contre :

ABCD est un parallélogramme. $E \in \overrightarrow{CD}$ tel que BE = AD **Démontre que** le quadrilatère ABDE est un quadrilatère inscriptible.



3 Dans la figure ci-contre :

 \overrightarrow{AB} est un diamètre du cercle , $\overrightarrow{D} \in \overrightarrow{AB}$ où $\overrightarrow{D} \notin \overrightarrow{AB}$, On trace $\overrightarrow{DE} \perp \overrightarrow{AB}$, $C \in \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CB} \cap \overrightarrow{DE} = \{E\}$ Démontre que le quadrilatère ACDE est un quadrilatère inscriptible..



(4) ABCD est un carré, AX est une bissectrice de l'angle ∠ BAC qui coupe BD en X DY est une bissectrice de l'angle ∠CDB qui coupe AC en Y.

Démontre que : (1) AXYD est un quadrilatère inscriptible

(2)
$$m \angle (AYX) = 45^{\circ}$$

ABC est un triangle inscrit dans un cercle. $X \in \widehat{AB}$, $Y \in \widehat{AC}$ tels que m \widehat{AX} = m \widehat{AY} , $\widehat{CX} \cap \widehat{AB} = \{D\}$, $\widehat{BY} \cap \widehat{AC} = \{E\}$.

Démontre que : (1) BCED est un quadrilatère inscriptible

(2)
$$m (\angle DEB) = m (\angle XAB)$$
.



Propriétés d'un quadrilatère inscriptible



- Propriétés d'un quadrilatère inscriptible.
- ☆ Comment résoudre des problèmes sur les Propriétés d'un quadrilatère inscriptible.

Expressions de base:

🕏 quadrilatère inscriptible

Réfléchis et discute

Dans la figure ci-contre :

Si m (
$$\angle A$$
) = 60°, alors m (\widehat{BCD}) =°



Que remarques tu à propos de la somme de deux angles opposés dans un quadrilatère inscriptible?



Dans un quadrilatère inscriptible, les angles opposés sont supplémentaires.

Hypothèses: ABCD est un quadrilatère inscriptible.



$$2 \text{ m } (\angle B) + \text{ m } (\angle D) = 180^{\circ}$$

 $D\acute{e}monstration$: ∴ m (∠A) = $\frac{1}{2}$ m (\widehat{BCD})

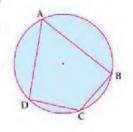
et m
$$(\angle C) = \frac{1}{2} \text{ m } (\widehat{BAD})$$

$$m (\angle A) + m (\angle C)$$

$$= \frac{1}{2} [m (\widehat{BCD}) + m (\widehat{BAD})]$$

$$= \frac{1}{2} \times 360^{\circ} = 180^{\circ}$$

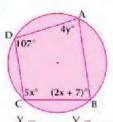
De même, m ($\angle B$) + m ($\angle D$) = 180°

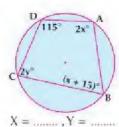


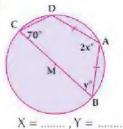
(Ce qu'il fallait démontrer.)

Pour t'entraîner : Dans chacune des figures suivantes, trouve la valeur du symbole utilisé pour la mesure :











ABCD est un quadrilatère inscrit dans un cercle M tel que M ∈ AB, CB = CD, m ∠(BCD) = 140°

Solution -

: ABCD est un quadrilatère inscriptible

$$m (\angle A) + m (\angle C) = 180^{\circ}$$

(théorème)

$$m (\angle A) = 180^{\circ} - 140^{\circ} = 40^{\circ}$$

On trace \overline{BD} , dans le triangle \triangle BCD ∵ CB = CD

:
$$m (\angle CDB) = m (\angle CBD) = \frac{180^{\circ} - 140^{\circ}}{2} = 20^{\circ}$$

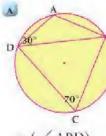
· AB est un diamètre du cercle M

$$\therefore$$
 m ($\angle ADC$) = 90° + 20° = 110°

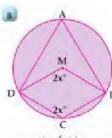
(Ce qu'il fallait démontrer)



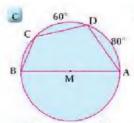
Pour t'entraîner : A l'aide des données de chaque figure, trouve en justifiant :



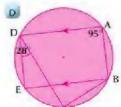
m (/ABD)



m (/A)



Les mesures des angles de la figure ABCD



Les mesures des angles de la figure ABCD



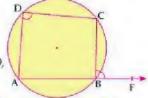
La mesure d'un angle extérieur en un sommet d'un quadrilatère inscriptible est égale à la mesure de l'angle intérieur opposé à son adjacant.

Dans la figure ci-contre

ABCD est un quadrilatère tel que $E \in \overrightarrow{AB}$, $E \notin \overrightarrow{AB}$

¿ EBCest un angle extérieur au quadrilatère inscriptible ABCD,
 et D est l'angle intérieur qui lui est opposé.

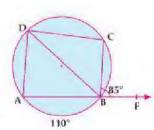




Exemple (2)

Dans la figure ci-contre :

 $E \subseteq \overline{AB}$ et $E \not\in \overline{AB}$, m $(\widehat{AB}) = 110^\circ$, m $(\angle CBE) = 85^\circ$ **Bonve** m $(\angle BDC)$.



Solution

- $V = m(\widehat{AB}) = 110^{\circ} \text{ et } \angle ADB \text{ est un angle inscrit qui intercepte l'arc} \widehat{AB}$
- \therefore m (\angle ADB) = $\frac{1}{2}$ m (\overrightarrow{AB}) = 55°.
- ∵ ∠ CBE est un angle extérieur au quadrilatère inscriptible ABCD
- $m (\angle CBE) = m (\angle CDA) = 85^{\circ}$

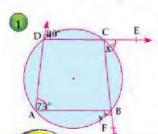
(corollaire)

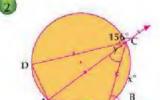
 $m (\angle BDC) = 85^{\circ} - 55^{\circ} = 30^{\circ}$

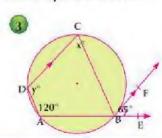
(Ce qu'il falluit démontrer)

Pour t'entraîner :

Dans chacune des figures suivantes, trouve la valeur du symbole utilisé pour la mesure :







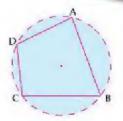
Réciproque du théorème 3

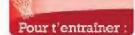
Si deux angles opposés d'un quadrilatère sont supplémentaires, alors le quadrilatère est inscriptible.



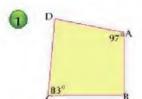
Dans la figure ci-contre :

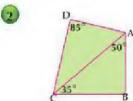
Si $m (\angle A) + m (\angle C) = 180^{\circ}$ ou m (\angle B+ m (\angle D) = 180° alors, le quadrilatère ABCD est inscriptible.

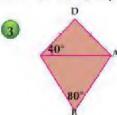




Dans chacune des figures suivantes, démontre que le quadrilatère ABCD est inscriptible :







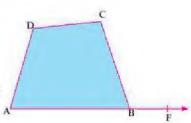


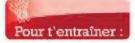
Dans un quadrilatère, si un angle extérieur en un de ses sommets et l'angle intérieur du sommet opposé ont même mesure, alors le quadrilatère est inscriptible.

Dans la figure ci-contre :

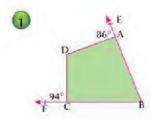
ABCD est un quadrilatère tel que, E ∈ AB, E ∉ AB

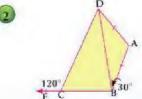
.: Z EBC est un angle extérieur au quadrilatère ABCD et ∠ D est l'angle intérieur du sommet opposé Si m (Z EBC) = m (Z D) alors le quadrilatère ABCD est inscriptible

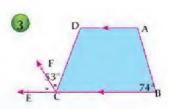




Dans chacune des figures suivantes, démontre que le quadrilatère est inscriptible:







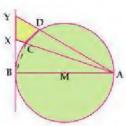


Dans la figure ci-contre :

AB est un diamètre du cercle M , AC et AD sont deux cordes du cercle d'un même côté par rapport à AB

Du point B, on trace une tangente au cercle qui coupe AC en X et AD en Y .

Démontre que XYDC est un quadrilatère inscriptible.



Solution

On trace BC

· AB est un diamètre

- ∴ m (∠ACB) = 90° et l'angle ∠ ABC est un complément de l'angle ∠BAX

 BAX
- · AB est un diamètre et BY une tangente au cercle en B.
- ∴ m (∠ABX) = 90° et l'angle ∠AXB est un complément de l'angle ∠BAX 2



De 1 et 2

- $m (\angle ABC) = m (\angle AXB)$
- YDC est extérieur au quadrilatère inscriptible ABCD
- m(/YDC) = m(/ABC) = m(/AXB)
- ∵ ∠ AXB est extérieur au quadrilatère inscriptible XYDC et ∠YDC est l'angle intérieur qui lui est opposé.
- La figure XYDC est un quadrilatère inscriptible



Réfléchis :

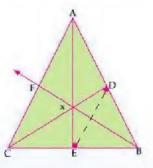
Sous quelles conditions un quadrilatère peut-il être inscriptible? Cite tous les cas possibles



Dans la figure ci-contre, démontre que :

Les droites passant par les sommets d'un triangle et perpendiculaires aux côté opposés à ces sommets sont concourantes

Quel est le nombre de quadrilatères inscriptibles dans la figure ci-contre ? Cite ces quadrilatères.

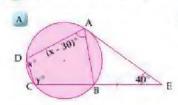


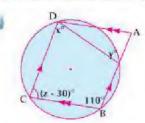
William .

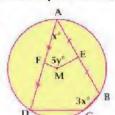




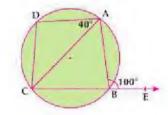
Dans chacune des figures suivantes, trouve la valeur du symbole utilisé pour la mesure :







② Dans la figure ci-contre :
m (∠ ABE) = 100°, m (∠ CAD) = 40°
Démontre que m (ĈD) = m (ÂD).

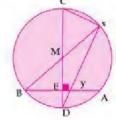


3 Dans la figure ci-contre :

 \overline{AB} est une corde dans le cercle M \overline{CD} est un diamètre perpendiculaire à \overline{AB} qui le coupe en E, \overline{BM} coupe le cercle en X et \overline{XD} \cap $\overline{AB} = \{Y\}$

Démontre que (1) la figure XYEC est inscriptible.

(2)
$$m (\angle DYB) = m (\angle DBX)$$

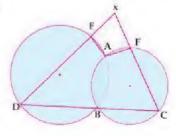


A Dans la figure ci-contre :

les deux cercles se coupent en A et B , CD passe par le point B et coupe les deux cercles en C et D,

$$\overrightarrow{CE} \cap \overrightarrow{DF} = \{X\}$$
.

Démontre que la figure AFXE est inscriptible.



ABC est un triangle inscrit dans un cercle tel que

AB > AC, D∈ AB tel que AC = AD, AE est une bissectrice

de ∠ A qui coupe BC en E et qui coupe le cercle en E.

Démontre que la figure BDEF est inscriptible.



Relation entre les tangentes d'un cercle

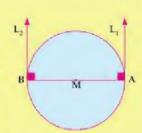


- ☆ Comment déduire la refation entre deux segments tangentiels issus d'un même point à l'extérieur d'un cercle ?.
- La notion d'un cercle inscrit dans un polygone.
- Comment déduire la relation entre les tangentes communes à deux cercles disjoints.

Réfléchis et discute

On sait que les tangentes passant par les deux extrémités d'un diamètre d'un cercle sont parallèles .

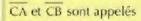
Quelle est la relation entre les deux tangentes passant par les deux extrémités d'une corde qui ne passe pas par le centre du cercle ?



Dans la figure ci-contre :

On remarque que:

si \overline{AB} est une corde au cercle M, alors les deux tangentes L₁ et L₂ se coupent en un point C .



« segments tangentiels » et AB est appelé « une corde qui passe par les deux points de contact ».



Deux segments tangents à un cercle issus d'un même point ont même longueur.

torde tangent

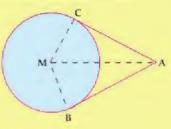


- ☆ la corde qui joint deux points de contact.
- un cercle inscrit dans un polygone.
- des tangentes

Hypothèses: A et un point à l'extérieur d'un cercle M, AB et AC sont deux segments tangents au cercle en B et C.



Démontrer que : AB = AC



Construction: On trace MB, MC et MA

Démonstration : * AB est un segment tangentiel dans le cercle M

∴ m (∠AMB) = 90°

: AC est un segment tangentiel dans le cercle M

∴ m (∠ACM) = 90°

∵ Dans les deux triangles ABM et ACM, on a :



AB est un côté commun.

Donc : $\overline{AB} \equiv \overline{AC}$

(résultat démontré)

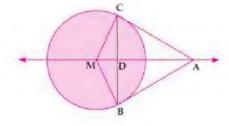
(longueurs de rayons)

- $\therefore \triangle ABM \equiv \triangle ACM$
- ∴ AB = AC (Ce qu'il fallait démontrer)



Réfléchis Dans la figure ci-contre :

- ♦ Pourquoi MA est la médiatrice de BC?
- ♦ Pourquoi AM est la médiatrice de / BAC?
- ♦ Pourquoi MA est la médiatrice de ∠ BMC?



Corollaires:



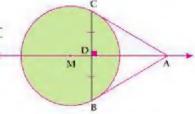
La droite passant par le centre d'un cercle et par le point d'intersection de deux tangentes au cercle est la médiatrice de la corde qui joint les points de contact de ces deux tangentes.

Dans la figure ci-contre :

AB et AC sont deux segments tangents au cercle en B et C

Alors : AM est la médiatrice de BC

Donc: $\overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{BC}$, et BD = CD





La droite passant par le centre d'un cercle et par le point d'intersection de deux tangentes au cercle est une bissectrice de l'angle formé par les deux tangentes et est une bissectrice de l'angle Corollaire 2 formé par les deux rayons passant par les deux points de contact.

Dans la figure ci-contre :

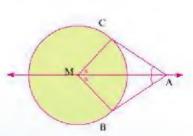
AB et AC sont deux segments tangents au cercle en B et C.

Alors: AM est une bissectrice de l'angle ZA

$$\therefore$$
 m (\angle BAM) = m (\angle CAM)

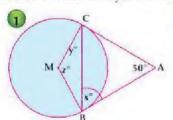
et MA est une bissectrice de l'angle / BMC

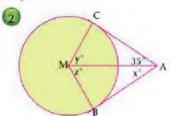
Donc: $\cdot \cdot \cdot \cdot m (\angle AMB) = m (\angle AMC)$

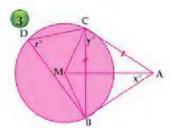


Pour t'entraîner:

Dans chacune des figures suivantes, AB et AC sont deux segments tangents au cercle M Trouve la valeur du symbole utilisé pour la mesure :







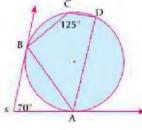


Dans la figure ci-contre :

XA et XB sont deux tangentes au cercle en A et B. $m (\angle AXB) = 70^{\circ}, m (\angle DCB) = 125^{\circ}$

Démontre que : (1) AB est une bissectrice ∠ DAX . (2) AD // XB .





Hypotlrèses: XA et XB sont deux tangentes au cercle en A et B, $m (\angle AXB) = 70^{\circ} \text{ et m } (\angle DCB) = 125^{\circ}.$

Conclusion: (1) AB est une bissectrice ∠DAX

Démonstration : ∵ XA et XB sont deux segments tangents.

$$A = XB$$

$$m (\angle XAB) = m (\angle XBA), m (\angle X) = 70^{\circ}$$

$$\therefore m \left(\angle XAB \right) = \frac{180^{\circ} - 70^{\circ}}{2} = 55^{\circ}$$

De 1 et 2 on déduit que : m (
$$\angle XAB$$
) = m ($\angle DAB$) = 55°

$$\therefore$$
 m (\angle XBA) = m (\angle DAB) = 55° et ils sont dans des positions alternes-internes

(Ce qu'il fallait démontrer)

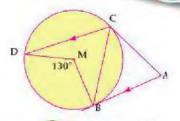


Dans la figure ci-contre :

 \overline{AB} et \overline{AC} sont deux segments tangents au cercle M,

 $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$, m ($\angle BMD$) = 130°.

① Démontre que : CB est une bissectrice de l'angle ∠ ACD



Trouve m (ZA).

Fxemple (2)

Dans la figure ci-contre :

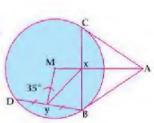
AB et AC sont deux segments tangents au cercle M en B et C.

 $\overline{AM} \cap \overline{BC} = \{X\}, Y \text{ est le milieu de } \overline{BD}$

 $m (\angle XYM) = 35^{\circ}$.

M Démontre que : le quadrilatère XBYM est inscriptible .





Solution

· AB, et AC sont deux segments tangents au cercle M en B et C

AM est la médiatrice de BC, m(BXM) = 90°

1

Y est le milieu de BD

 \therefore m (\angle BYM) = 90°

2

La figure XBYM est un quadrilatère inscriptible.

On trace BM

∴ Le quadrilatère XBYM est inscriptible et m (∠XYM) = 35°.

 $m (\angle XBM) = m (\angle XYM) = 35^{\circ}$

· AB est un segment tangent et BM est un rayon.

 \therefore m (\angle ABM) = 90°

: $m (\angle ABC) = 90^{\circ} - 35^{\circ} = 55^{\circ}$

AB = AC

 \therefore m (/ABC) = m (/ACB) = 55°

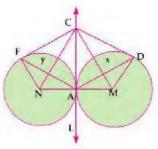
 $m (\angle A) = 180^{\circ} - (55^{\circ} + 55^{\circ}) = 70^{\circ}$

(Ce qu'il fallait démontrer)



Dans la figure ci-contre :

M et N sont deux cercles tangents extérieurement en A. La droite L est une tangente commune aux deux cercles en A. C est un point de la droite L. Du point C, on trace deux tangentes aux deux cercle M et N qui les coupent aux points de contact D et E respectivement $\overline{CM} \cap \overline{DA} = \{X\}$ et $\overline{CN} \cap \overline{AE} = \{Y\}$



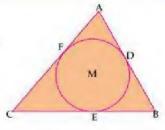
- Quel est le nombre de quadrilatères inscriptibles dans cette figure ?
- Démontre que : CD = CA = CE, Donne une interprétation géométrique .

Définition Le cercle tangent aux côtés d'un polygone est appelé cercle inscrit dans le polygone.

Dans la figure ci-contre :

M est un cercle inscrit au triangle ABC car le cercle est tangent aux côtés du triangle en D, E et F.

Donc: Le triangle ABC est circonscrit au cercle M.





Réflechis Est-ce que le centre du cercle inscrit dans un triangle quelconque est le point d'intersection des bissectrices des angles intérieurs du triangle?



Dans la figure ci-contre :

M est un cercle inscrit dans un quadrilatère ABCD, de longueur de rayon 5 cm, AB = 9 cm et CD = 12 cm

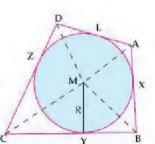
Calcule le périmètre de la figure ABCD puis calcule son aire.

Solution

- Le cercle M est inscrit dans un quadrilatère ABCD
- · le cercle est tangent aux côtés du quadrilatère ABCD en X, Y, Z et T



AX = AL



· BX et BY sont deux segments tangents au cercle M

$$BX = BY$$

Par addition, on obtient: (AX + BX) + (CZ + DZ) = AL + BY + CY + DL

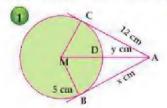
∴ AB + CD = AD+ BC =
$$\frac{1}{2}$$
 du périmètre de la figure ABCD

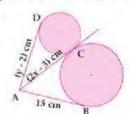
Périmètre de la figure
$$= 2(9 + 12) = 42 \text{ cm}$$
,

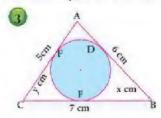
Aire de la figure ABCD =
$$\frac{1}{2}$$
 AB × r + $\frac{1}{2}$ BC × r + $\frac{1}{2}$ CD × r + $\frac{1}{2}$ AD × r = $\frac{1}{2}$ du périmètre de la figure × r = $\frac{1}{2}$ × 42 × 5 = 105cm²



A l'aide des données de chaque figure, trouve la valeur du symbole utilisé pour la mesure :

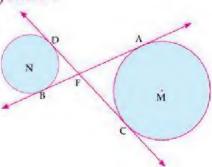






Tangentes communes à deux cercles disjoints :

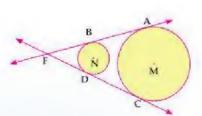
△ La droite AB est appelée « une tangente commune intérieure aux deux cercle M et N » car les deux cercles sont situés de part et d'autre par rapport à AB , De même CD est une tangente commune intérieure aux deux cercles.



On remarque que : $\overline{AB} \cap \overline{CD} = \{E\}$

Dans la figure ci-contre, démontre que : AB = CD

La droite AB est appelée « une tangente commune extérieure aux deux cercle M et N » car les deux cercles sont situés d'un même côté par rapport à, AB , De même CD est une tangente commune extérieure aux deux cercles.

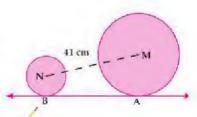


On remarque que : $\overrightarrow{AB} \cap \overrightarrow{CD} = \{F\}$

Dans la figure ci-contre, démontre que AB = CD

Pour t'entraîner

Dans la figure ci-contre : AB est une tangente commune extérieure aux deux cercle M et N en A et B respectivement et les rayons des deux cercles sont de longueurs respectives 17 cm et 8 cm. Si MN = 41 cm, trouve la longueur de AB





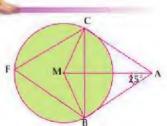
Exercices 5-6

Dans la figure ci-contre :

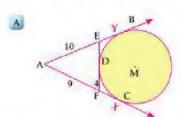
 \overline{AB} et \overline{AC} sont deux segments tangents au cercle M . m (\angle BAM) = 25°, E appartient au grand arc \widehat{BC}

Trouve: (1) m (Z ACB)

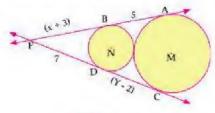
(2) m (Z BEC).



Dans chacune des deux figures suivantes, trouve la valeur de x et y en centimètres.



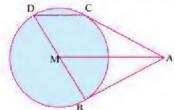
B



Dans la figure ci-contre:

AB et AC sont deux segments tangents au cercle M, BD est un diamètre du cercle.

Démontre que AM// CD

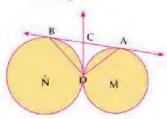


M et N sont deux cercles tangents extérieurement en D

AB est une tangente commune aux deux cercles en A et B,

DC est une tangente commune aux deux cercles en D

telle que DC \(\Omega\) \(\omega\) \(\omega\) \(\omega\) = \{C\}.



Démontre que : (1) C est le milieu de AB.

(2) AD 1 BD .

- (5) AB est un diamètre du cercle M tel que AB = 10 cm. C est un point du cercle. Du point C, on trace une tangente qui coupe les deux tangentes passant par A et B en X et Y respectivement où XY = 13 cm
 - **△** Démontre que :XM ⊥ YM.

Jouve l'aire de la figure of AXYB.

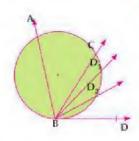
Angles tangentiels



Réfléchis et discute

Dans la figure ci-contre:

∠ABC est un angle inscrit de côtés BA et BC et d'arc AC, BD est une tangente au cercle en B. Imaginons la rotation de l'un des deux côtés de l'angle inscrit. Si par exemple, le côté BC tourne autour du point B en s'éloignant du côté BA pour prendre les positions BC₁, BC₂,



- ◆ Est-ce que la mesure de l'angle inscrit formé change selon les positions ∠ABC₁ et ∠ABC₂,
- ♦ Est-ce que m (AC₁) et m (AC₂), augmentent ?
- ♦ Si BC se confond avec la tangente BD que remarques-tu?

On remarque qu'on obtient l'angle inscrit de la plus grande mesure lorsque BC est sur le point de se confondre avec la tangente BD Dans ce cas, ∠ABD est appelé « angle tangentiel ». C'est une position limite de l'angle inscrit. Par conséquence, on a :

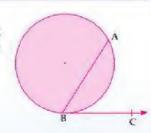
$$m (\angle ABD) = \frac{1}{2} m (\widehat{ACD})$$

L'angle tangentiel est un angle dont le sommet appartient à un cercle et dont un côté est tangent au cercle et l'autre côté coupe le cercle.

On a:

la mesure d'un angle tangentiel est égale à la moitié de la mesure de l'arc intercepté .

Donc: $m (\angle ABC) = \frac{1}{2} m (\widehat{AB})$



A apprendre:

- La notion d'un angle tangentiel
- Comment déduire la relation entre un angle tangentiel et un angle inscrit interceptant le même arc.
- ★ La relation entre un angle tangentiel et un angle au centre interceptant le même arc.
- Comment résoudre des problèmes sur les angles tangentiels.

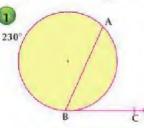
Expressions de base:

- angle tangentiel.
- angle inscrit.
- angle au centre.

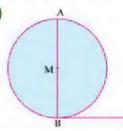
Pour t'entraîner:

Dans chacune des figures suivantes, calcule m (ABC).

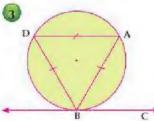














Un angle tangentiel et un angle inscrit interceptant le même arc ont même mesure.

Hypothèses: ABC est un angle tangentiel et AD est un angle inscrit qui interceptent l'arc AB.

Conclusion: Démontrer que : m (∠ ABC) = m (∠ D)

Démonstration : ∵ ∠ ABC est un angle tangentiel

$$\therefore$$
 m (\angle ABC) = $\frac{1}{2}$ m (\widehat{AB})







$$m (\angle D) = \frac{1}{2} m (\widehat{AB})$$
De 1 et 2 on déduit que :

 $m (\angle ABC) = m (\angle C)$









La mesure d'un angle tangentiel est égale à la moitié de la mesure de l'angle au centre interceptant le même arc.

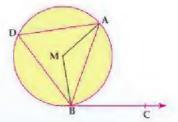
Dans la figure ci-contre :

BC est une tangente au cercle M, AB est une corde qui passe par le point de contact

$$\Rightarrow$$
 m (\angle ABC) = m (\angle D)

$$\forall$$
 m (\angle D) = $\frac{1}{2}$ m (\angle AMB)

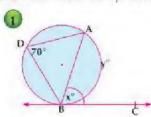
$$\therefore$$
 m (\angle ABC) = $\frac{1}{2}$ m (\angle AMB)

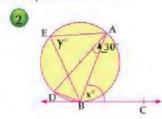


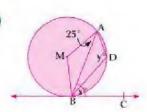


Pour t'entraîner : Dans chacune des figures suivantes: BC est une tangente au cercle.

Trouve la valeur du symbole utilisé pour la mesure :



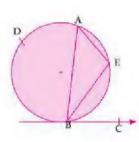




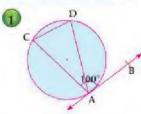
Remarque importante:

Si un angle inscrit est tracé sur la corde d'un angle tangentiel et si les deux angles sont d'un même côté par rapport à la corde, alors ils sont supplémentaires.

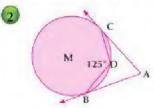
Dans la figure, ∠ ABC et ∠ AEB sont supplémentaires.

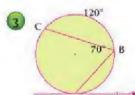


Pour t'entraîner : A l'aide des données de la figure, trouve





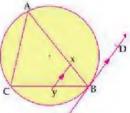






ABC est un triangle inscrit dans un cercle et BD est une tangente au cercle en B. X ∈ AB etY ∈ BC tels que XY // BD .

Démontre que : AXYC est un quadrilatère inscriptible.



Démonstration :

- * BD est une tangente au cercle en B et AB est une corde qui passe par le point de contact
- $m (\angle DBA) = m (\angle C)$
- · XY // DB et AB est une sécante
- $m (\angle DBA) = m (\angle BXY)$

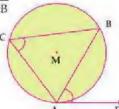
$$\rightarrow m (\angle BXY) = m (\angle C)$$

- ∠BXY est un angle extérieur au quadrilatère XYCA.
- XYCA est un quadrilatère inscriptible

Réciproque du théorème Si une demi-droite est tracée en l'une des deux extrémités d'une corde dans un cercle de sorte que la mesure de l'angle compris entre cette demidroite et la corde est égale à la mesure de l'angle inscrit tracé sur cette corde de l'autre côté, alors cette demi-droite est une tangente au cercle.

C'est-à-dire si on trace AD en l'une des deux extrémités de la corde AB dans le cercle M et si:

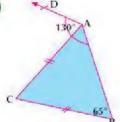
 $m (\angle DAB) = m (\angle C)$ alors: AD est une tangente au cercle M.



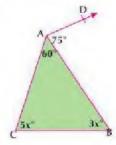
Pour t'entraîner :

Dans chacune des figures suivantes, montre que AD est une tangente au cercle passant par les sommets du ABC.

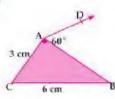












Exemple (4)

ABC est un triangle inscrit dans un cercle AD est une tangente au cercle en A , X ∈ AB etY \in AC tels que XY // BC

Démontre que: AD est une tangente au cercle passant par les points A, X et Y

Solution

Hypothèses: AD est une tangente au cercle en , XY // BC

Conclusion : Démontre que : AD est une tangente au cercle

passant par les points A, X et Y.

Démonstration : · · AD est une tangente et AB est une corde





 $\overrightarrow{X} \overrightarrow{X} / / \overrightarrow{BC}$, \overrightarrow{AC} est une sécante \overrightarrow{BC} in $(\angle AYX) = m (\angle C)$



De 1 et 2 on déduit que: $m (\angle DAB) = m (\angle AYX)$

Donc: $m (\angle DAX) = m (\angle AYX)$

. AD est une tangente au cercle passant par les points A, X et Y.



A l'aide des données de la figure, trouve la valeur du symbole utilisé pour la mesure.

2 ABCD et un quadrilatère inscrit dans un cercle. E est un point extérieur au cercle , EA ,et EB sont deux tangentes au cercle en A et B. Si m (∠ AEB) = 70° et m (∠ ADC) = 125° démontre que : (1) AB = AC

(2): AC est une tangente au cercle passant par les points A, B et E

3 ABCD est un quadrilatère inscrit dans un cercle. Ses diagonales se coupent en E. On trace, XY tangente au cercle en C tellé que XY // BD .

Démontre que: (1) AC est une bissectrice de ∠ BAD

(2) BC est une tangente au cercle passant par les sommets du ABE

ABCD est un parallélogramme tel que AC = BC. **Démontre que**: CD est une tangente au cercle circonscrit au triangle ABC.



Exercices généraux



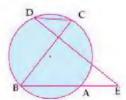
- \overline{AB} est un diamètre d'un cercle M, m ($\angle BAC$) = 65° où C \in cercle , D $\in \overline{BC}$ Trouve m ($\angle ACB$), m ($\angle CDB$)
- 2 MA et MB sont deux rayons perpendiculaires d'un cercle M, qui se coupent en E
 - Trouve m (L CBD)

B Démontre que : AD // BC

3 Dans la figure ci-contre :

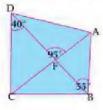
E est un point à l'extérieur du cercle.

Démontre que ; m (\angle E) < m (\angle BCD)

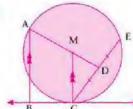


Dans chacune des figures suivantes, démontre que la figure ABCD est un quadrilatère inscriptible;

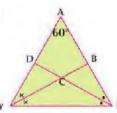




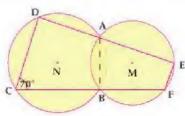




C

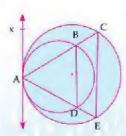


- S ABCD est un parallélogramme. Le cercle passant par les points A, B et D coupe BC en E Démontre que: CD = ED
- M et N sont deux cercles sécants en A et B. On trace AD qui coupe le cercle en M en E et le cercle N en D. On trace. BC qui coupe le cercle en M en F et le cercle N en C, m (∠ C) = 70°.

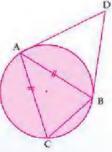


- A Trouve m (Z F)
- Démontre que CD // EF .
- A l'aide des données de la figure, démontre que :





B AC est une tangente au cercle passant par les sommets du triangle ABD



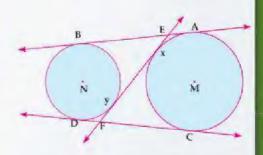




Portfolio

n Dans la figure ci-contre :

Tout point du cercle N se trouve à l'extérieur du cercle M. Les deux points E et F sont les points d'intersection d'une tangente commune intérieure aux deux cercles XY avec les deux tangentes communes extérieures aux deux cercles AB et CD respectivement:



- Quelle est la relation entre les longueurs de EF, et AB ? Justifie ta réponse.
- Pour chercher: La relation entre les longueurs de EF, et AB change-t-elle dans les cas suivants ?
 - (1) si M et N sont deux cercles superposables.
 - (2) si la surface du cercle $M \cap la$ surface du cercle $N = \{Z\}$

2 Problème d'Apollonius :

La figure ci-contre représente trois cercles de rayons différents

Combien de cercles tangents aux trois cercles donnés peut-on tracer ?

Ce problème est connu par « les cercles d'Apollonius ». Apollonius est un astronaume, ingénieur et mathématicien grec célèbre (né à Berg en 262 av. J.-C. et mort à Alexandrie en 190 av. J.-C.).

Utilise l'internet pour vérifier ta réponse.





Epreuve de l'unité

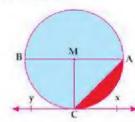




- Dans un quadrilatère inscriptible, les angles opposés sont
- Le centre du cercle inscrit dans un triangle est le point d'intersection de
- (2) Dans la figure ci-contre:

M est un cercle de rayon de longueur 7cm,

AB est un diamètre et XY est une tangente au cercle en C et XY // AB.



Choisis la bonne réponse parmi les réponses proposées: $(\pi = \frac{22}{7})$

- m (BC)=
 - A) 45 °

B 60 °

90°

- ₽ 180°
- 2 longueur de l'arc $\widehat{AC} = \dots$
 - △ 11 cm

8 22 cm

S 33 cm

- D 44 cm
- 3 L'aire de la région rouge =
 - A) 154 cm²

B 77 cm²

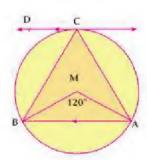
38.5 cm²

D 14 cm²

Dans la figure ci-contre:

CD est une tangente au cercle en C, $\overline{CD}/\overline{AB}$, m ($\angle AMB$) = 120°

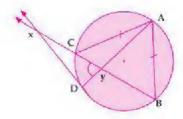
Démontre que : le triangle CAB est équilatéral.





ABC est un triangle inscrit dans un cercle tel que AB = AC $D \in \overrightarrow{BC}$, On trace \overrightarrow{DX} tangente au cercle en D telle que $\overrightarrow{DX} \cap \overrightarrow{BC} = \{X\}$, $\overrightarrow{AD} \cap \overrightarrow{BC} = \{Y\}$.

Démontre que : XY = XD



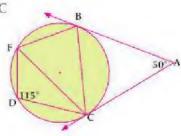
4 Dans la figure ci-contre :

AB et AC sont deux segments tangents au cercle en B et C

 $m (\angle A) = 50^{\circ}$, $m(\angle CDE) = 115^{\circ}$

Démontre que: (1) BC est une bissectrice de ∠ABE

(2) CB = CE



Exercices généraux et Modèles D'examens



Modèle d'examens d'algèbre et statistique 1er modèle

يسمح باستخدام الآلة الحاسبة

Répondre aux questions suivantes:

Question (1): Choisir la bonne réponse parmi les réponses proposées:

(1) L'ensemble de	definition de la fonct	tion n (x) = $\frac{x}{x-1}$ est	
(a) $R - \{0\}$	(b) $R - \{1\}$	(c) R - {0; 1}	(d) R- {-1}
(2) Le nombre de	solutions de deux ed	quations, $x + y = 2$ et $y +$	x = 3 est
(a) 0	(b) 1	(c) 2	(d) 3
(3) Si x ≠ 0, alors	$s \frac{5x}{x^2+1} \div \frac{x}{x^2+1} = \dots$		
(a) - 5	(b) - 1	(c) 1	(d) 5
(4) Si le rapport e	ntre les périmètres d	de deux carrés est 1 : 2	, alors le rapport entre
leurs aires =		*****	
(a) 1 : 2	(b) 2:1	(c) 1:4	(d) 4:1
(5) L'équation de l'	axe de symétrie de l	a fonction f où f (x) = x^2 –	4 est
(a) $x = -4$	(b) $x = 0$	(c) $y = 0$	(d) $y = -4$
(6) SiA ⊂ Ed'un	e experience aléatoi	re et P (A') = 2 P (A), alor	s P (A) =
(a) $\frac{1}{3}$	(b) $\frac{1}{2}$	(c) $\frac{2}{3}$	(d) 1

Questions (2):

- a) En utilisant la formule général, résoudre l'équation suivante dans R ; $2 x^2 5 x + 1 = 0$. Écris les résultats à une décimale près.
- b) Simplifie la fonction n (x), et determine son ensemble de definition sachant que:

$$n(x) = \frac{x-3}{x^2-7x+12} - \frac{4}{x^2-4x}$$

Questions (3):

a) Détermine l'ensemble solution du système d'équations suivantes:

$$X - y = 0$$

$$x^2 + xy + y^2 = 27$$



b) Simplifie la fonction n (x), et determine son ensemble de definition sachant que:

$$n(x) = \frac{x^2 + 4x + 3}{x^3 - 27} \div \frac{x + 3}{x^2 + 3x + 9}$$

Puis trouve: n (2); n (-3) s'il est possible.

Questions (4):

 a) La longueur d'un rectangle dépasse sa largeur de 4 cm. Si le perimeter du rectangle est égal à 28 cm, trouve son aire.

b) Si
$$n(x) = \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 3x + 2}$$
 trouve:

- (1) [n (x)]⁻¹ en determinant son domaine de definition.
- (2) Si $[n(x)]^{-1} = 3$, trouve la valeur de x.

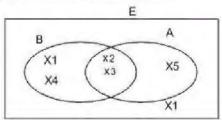
Questions (5):

a)
$$Sin_1(x) = \frac{x^2}{x^3 - x^2}$$
 et $n(x) = \frac{x^3 + x^2 + x}{x^4 - x}$

b) Dans la figure ci-contre:

Si A et B sont deux évènements d'une espace des éventualités, trouve

(3) La probabilité du non réalization de l'événement A.



Modèle d'examens d'algèbre et statistique 2ème modèle

يسمح باستخدام الآلة الحاسبة

Répondre aux questions suivantes:

Question (1): Choisir la bonne réponse parmi les réponses proposées:

- (1) L'ensemble solution de deux 'equations x = 3 et y = 4 est

 - (a) {(3; 4)} (b) {(4; 3)}
- (c) R
- (2) L'ensemble des zeros de la fonction f où f (x) = x + 4 est
 - $(a) \{2\}$
- (b) $\{2; -2\}$
- (c) R
- (d) Ø
- (3) Si A et B sont deux événements incompatibles alors P (A ∩ B) =
 - (a) zéro
- (b) 1
- (c) 0,5
- (4) Le domaine de definition de l'inverse de la fonction $f(x) = \frac{x+2}{x-3}$ est
 - (a) R-
- (b) $\mathbb{R} \{-2:3\}$ (c) $\mathbb{R} \{3\}$ (d) \mathbb{R}
- (5) Les deux droites 3x + 5y = 0 et 5x 3y = 0 se coupent au
 - (a) 1er quadrant (b) 2ème quadrant (c) point d'origine (d) 3ème quadrant

Questions (2):

- a) En utilisant la formule général, résoudre l'équation suivante dans R; $3x^2 5x + 1 = 0$ Écris les résultats à deux décimale près.
- b) Simplifie la fonction N (x), et détermine son ensemble de definition sachant que:

$$N(x) = \frac{x^3 - 8}{x^2 + x + 6} \times \frac{x + 3}{x^2 + 2x + 4}$$

Questions (3):

a) Détermine l'ensemble solution du système d'équations suivantes:

$$x - y = 1$$

$$x^2 + v^2 = 25$$

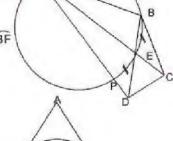
b) Si A et B sont deux évènements d'une espace des éventualités, si P (A) = 0,3 ;

$$P(B) = 0.6$$
; $P(A \cap B) = 0.2$ trouve $P(A \cup B)$; $P(A - B)$

Questions (3):

- a) Cite deux cas pour qu'un quadrilatère soit inscriptible.
- b) Dans la figure ci-contre:

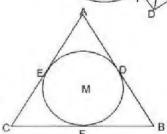
BC est tangent au cercle en B, E est la milieu de BF Démontrer que: ABCD est inscriptible



Questions (4):

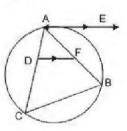
a) Dans la figure ci-contre:

Le cercle M est inscrit dans le triangle ABC AD = 5 cm; BF = 4 cm et CE = 3 cm Détermine par une demonstration le perimeter Du triangle ABC



b) Dans la figure ci-contre: AE est tangent au cercle en A,

AE J DF ; Démontrer que: DFBC est inscriptible

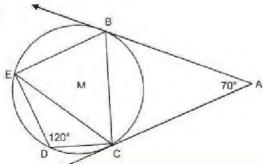


Questions (5): Dans la figure ci-contre:

 \overline{AB} et \overline{AC} sont deux tangents au cercle M en B et C.

$$m (\angle A) = 70^{\circ}; m (\angle CDE) = 125^{\circ}.$$

Démontrer que: CB = CE



Modèle d'examens de Géométrie pour les élèves intégrés

يمسح باستخدام الألة الحاسية

Répondre aux questions suivantes:

Question (1): Complète:

- (1) La plus longue corde dans le cercle est appelée =
- (2) La droite passant par le centre du cercle et par le milieu d'une corde est
- (3) Les Deux segments tangents à un cercle issu d'un point extérieur au cercle Longueur.
- (4) Dans la figure ci-contre: la longueur de MD = cm.
- (5) Le nombre d'axes de symétrie d'un cercle est

Question (2): Choisis la bonne réponse:

- (1) Si le point A ∈ au cercle M de 6 cm de diameter, alors MA = cm
- (3:4:5:6)
- (2) Dans la figure ci-contre : m (∠ ACB) = ° (40 ; 80 ; 90 ; 180)



- (3) Le nombre de tangents communes aux deux cercles disjoints extérieurement est (1;2;3;4)
- (4) Dans la figure ci-contre: la longueur
 - de BC = cm.

(3;4;5;6)



- (5) Le nombre de cercles passant par les extrémités du segment AB est
- (1; 2; 3; une infinite)

(6) Dans la figure ci-contre:

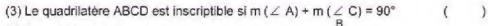
$$m (\angle AEC) =$$
 (25; 50; 75; 100)

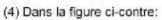


Question (3): Met le signe (√) ou (X):

- (1) Deux cercles M et N sont tangents extérieurement de rayons 5 cm et 3 cm, alors MN = 15 cm.
- (2) Dans la figure ci-contre: Si ME = 3 cm, AB = CD, alors MF = 3 cm



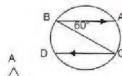




$$m(\widehat{AC}) = 100^{\circ}$$

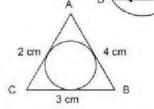
(5) Dans la figure ci-contre:

$$m(\widehat{AB}) + m(\widehat{CD}) = 300^{\circ}$$



(6) Dans la figure ci-contre:

Le perimeter du \triangle ABC = 9 cm



(

Question (4): Relie de la colonne (A) avec ce qui convient de la colonne (B)

(A)	(B)
1) La mesure d'un angle inscrit dans un demi-cercle =	130
2) Dans la figure ci-contre : m (∠ A) =	90
3) Dans la figure ci-contre:	
BD est tangent au cercle en B,	
m (∠ DBC) = 140°, alors m (∠ A) =	30
4) La longueur de diameter du cercle passant par les sommets d'un triangle	
rectangle don't la longueur de son hypotenuse est 10 cm est égale à cm	5
5) Dans la figure ci-contre:	
ΔMAB est équilatérale; BC est tangent au cercle en B,	400
Alors m (∠MBC) =	40°
6) Le rapport entre la mesure d'un angle au centre et la mesure de l'angle inscrit	
interceptant meme arc est	1:2

Modèle 2

Répondre aux questions suivantes:

Question (1): Choisir la bonne réponse par	mi les réponses proposées:
--	----------------------------

- (1) La mesure d'un arc qui représente la moitié de la mesure d'un cercle =
 - (a) 360
- (b) 180°
- (c) 120°
- (d) 90
- (2) Le nombre des tangents communes aux deux cercles tangents extérieurement est
 -
 - (a) 0
- (b) 1
- (c) 2

- (d) 3
- (3) La mesure d'un angle inscrit dans un demi-cercle =
 - (a) 45°
- (b) 90°
- (c) 120°
- (d) 180°
- (4) L'angle tangential est un angle compris entre
 - (a) deux cordes

- (b) deux tangents
- (c) une corde et une tangent
- (d) une corde et un diameter
- (5) ABCD est un quadrilatère inscriptible; si m (∠ A) = 60°, alors m (∠ C) =
 - (a) 60°
- (b) 30°
- (c) 90°

- (d) 120°
- (6) Deux cercles M et N sont tangents intérieurement de rayons 5 cm et 9 cm, alors MN = cm
 - (a) 14
- (b) 4
- (c) 5

(d) 9

Question (2):

(a) Dans la figuier ci-contre:

 $AB = AC \overline{MD} \perp \overline{AB}$ et $\overline{ME} \perp \overline{AC}$

Démontrer que XD = YE

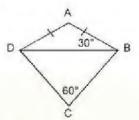


(b) Dans la figure ci-contre:

ABCD est un quadrilatère dans lequel

AB = AD, $m (\angle ABD) = 30$ °et $m (\angle C) = 60$ °

Démontre que: ABCD est un quadrilatère inscriptible.



Question (3):

(a) Dans la figure ci-contre: Dexu cercles tangents en B

, \overrightarrow{AB} est une tangent commune au deux cercles, \overrightarrow{AC} est tangent au petit cercle. \overrightarrow{AD} est tangent au grand cerc

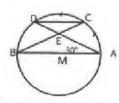
 \overrightarrow{AC} est tangent au petit cercle, \overrightarrow{AD} est tangent au grand cercle AC = 15 cm, $AB = (2 \times -3)$ cm, AD = (y - 2) cm.

Trouve la valeur de x et y.

(b) Dans la figure ci-contre:

 \overline{AB} est un diameter dans le cercle M, C \subseteq au cercle M (\angle CAB) = 30°, D est lemilieu de (\widehat{AC}) ; $\overline{DB} \cap \overline{AC}$ = {E}

Trouve: (1) m (AD) : m (∠ BDC) (2) Démontre qu AB / CD



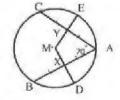
Question (4):

(a) Dans la figure ci-contre: \overline{AB} et \overline{AC} sont deux cordes de mêm longueurs dans le cercle M , X est le milieu de \overline{AB} ,

Y est le milieu de \overline{AC} ; m ($\angle CAB$) = 70°

(1) Calcule: m (∠ DME)

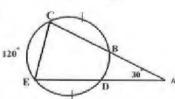
(2) Démontre que XD = YE



(b) Dans la figure ci-contre: m (∠ A) = 30°, m (EC) = 120°

m (BC) = m (DE) .(1) trouve; m (BDE)

(2) Démontre que AB = AD

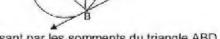


Question (5):

(a) Dans la figure ci-contre:

DA et DB sont deux segments

tangents au cercle M, AB = AC



- Démontre que AC est une tangent passant par les somments du triangle ABD
- (b) Dans la figure ci-contre:

C est le milieu de AB; MC ∩ le cercle

 $M = \{D\}, m (\angle MAB) = 20^{\circ}$

Trouve: (1) m (ZBED) (1) m (AEB)



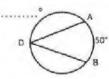
Modèle d'examens de Géométrie 1er modèle

يسمح باستخدام الآلة الحاسبة

Répondre aux questions suivantes:

Question (1): Choisir la bonne réponse parmi les réponses proposées:

- (1) L'angle inscrit dans un demi-cercle est
 - (a) aigu
- (b) obtus
- (c) plat
- (d) droit
- (2) Dans la figure ci-contre: m (ÂB) = 50°; alors m (∠ADB) =
 - (a) 25
- (b) 50
- (c) 100
- (d) 150



- (3) Le nombre des axes de symétrie d'un cercle est
 - (a) Zéro
- (b) 1

- (c) 2
- (d) infinités
- (4) Dans la figure ci-contre: $m (\angle A) = 120^{\circ}$; alors $m (\angle C) =$
 - (a) 60
- (b) 90
- (c) 120
- (d) 180



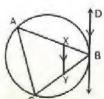
- (5) Si la droite L est tangent au cercle de 8 cm de diameter,
 - alors la distance du centre du cercle à cette droite est égale à cm.
 - (a) 3
- (b) 4

- (c) 6
- (d) 8
- (6) Si la surface d'un cercle M ∩ la surface d'un cercle N = {A} et la longueur de rayon de l'un de deux cercle est 3 cm, MN = 8 cm, alors la longueur de rayon de l'un de l'autre cercle =cm.
 - (a)5
- (b) 6

- (c) 11
- (d) 16

Question (2):

- (a) Complète avec la demonstration: Si un quadrilatère est inscriptible, alors les angles opposes sont
- (b) Dans la figure ci-contre : BD est tangent au cercle en B, x ∈ AB et y ∈ BC , démontre que XY // BD
 - Démontre que le quadrilatère AXYC est inscriptible.



Question (3): Met le signe (√) ou (X)

1) Dans l'équation:
$$2x^2 - 5x - 4 = 0$$
, $a = 1$; $b = -5$, $c = 4$

2) La forme la plus simple de la fonction n (x) où n (x) =
$$\frac{x}{x+1} + \frac{1}{x+1}$$
 est

3)
$$\frac{x-1}{5} \times \frac{x+1}{x^2-1} = \frac{1}{5}$$
 où $x \neq \pm 1$

Question (4): Relie de la colonne (A) avec ce qui convient de la colonne (B)

(A)	(B)
(1) L'ensemble de solution de deux equations x = 2 ; y - 1 =	0 est (2 ; 1)
(2) L'ensemble de solution de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ est (3) Si n (x) = $\frac{x-1}{x+1}$, alors le domaine de definition de [n (x)]	$\frac{x}{x^2 + 4}$ $-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$
	2a
(4) Si $n_1 = n_2$ et $n_1(x) = \frac{5x}{5x^2 + 20}$, alors $n_2 = \dots$	R - {1 ; -1}
(5) L'ensemble des zeros de la fonction $f(x) = \frac{x-5}{x}$ est	1/3
(6) Dans la figure si contre:	{5}
P (A - B) =	

Répondre aux questions suivantes:

Question (1):

(1) La probabilité de l'événement impossible =

(2) La forme la plus simple de la fraction $\frac{x-3}{x^2-5x+-6}$ est

(3) Si A ⊂ E d'une experience aléatorie et P (A) = $\frac{1}{3}$ alors P (A') =

(4) L'équation $3x - x^2 + 1 = 0$ due Degree.

(5) Le point d'intersection des deux droites x = - 1 et y = 1 est situé au quadrant.

(6) L'ensemble des zeros de la function f où f (x) = x - 5 est

Question (2): Choisis la bonne réponse:

L'ensemble solution de deux equations x = 2 et x y = 6 est

(a)
$$\{(2;3)\}$$

(c)
$$\{(3;2)\}$$

2) La fonction foù f(x) = $\frac{x-2}{x-5}$ admet un opposé dans le domaine

$$(d) \{2 : 5\}$$

3) L'opposé de $\frac{3}{x^2+1}$ est

(a)
$$\frac{-3}{x^2+1}$$
 (b) $\frac{x^2+1}{-3}$ (c) $\frac{x^2+1}{3}$

(b)
$$\frac{x^2+1}{-3}$$

(c)
$$\frac{x^2+1}{3}$$

(d)
$$\frac{x^2-1}{3}$$

4) Le domaine de définition de f (x) = $\frac{x+2}{x-1}$ est

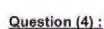
5) Siy = 2; $x^2 - y^2 = 5$, alors x =

$$(a) - 3$$

$$(c) \pm 3$$

6) Les droites x + 2 y = 1; 2 x + 4 y = 6 sont

- (a) parallèles
- (b) secants
- (c) perpendiculaires
- (d) confondus



- a) Résoudre les equations dans R x R : 2 x y = 3 et x + 2 y = 4
- b) Simplifie la fonction n (x), et determine son ensemble de définition sachant que:

$$n(x) = \frac{x^2 + 2x}{x^2 - 9} : \frac{2x}{x + 3}$$

Question (5):

a) Simplifie la fonction n (x), et determine son ensemble de définition sachant que:

$$n(x) = \frac{x^2 + 2x}{x^2 - 4} + \frac{x + 3}{x^2 - 5x + 6}$$

b) Trace la courbe représentative de la fonction f où f (x) = $x^2 - 1$ sur l'intervalle [-3 ; 3]. Du graphique, trouve l'ensemble solution de l'équation: $x^2 - 1 = 0$



http://elearning.moe.gov.eg